

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA E RELAÇÕES INTERNACIONAIS**

VINÍCIUS LOPES LANDGRAF

**PENALIDADE MÁXIMA DO FUTEBOL: UM LABORATÓRIO PARA TEORIA DOS
JOGOS**

**Porto Alegre
2020**

VINÍCIUS LOPES LANDGRAF

**PENALIDADE MÁXIMA DO FUTEBOL: UM LABORATÓRIO PARA TEORIA DOS
JOGOS**

Trabalho de conclusão submetido ao Curso de Graduação em Ciências Econômicas da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como requisito parcial para obtenção do título Bacharel em Economia.

Orientador: Prof. Dr. Sabino Porto Junior

**Porto Alegre
2020**

CIP - Catalogação na Publicação

Landgraf, Vinicius Lopes
Penalidade Máxima do Futebol: um Laboratório para
Teoria dos Jogos / Vinicius Lopes Landgraf. -- 2020.
54 f.
Orientador: Sabino Porto Júnior.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação) --
Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Faculdade
de Ciências Econômicas, Curso de Ciências Econômicas,
Porto Alegre, BR-RS, 2020.

1. Teoria dos Jogos. 2. Economia do Esporte. 3.
Microeconomia. I. Júnior, Sabino Porto, orient. II.
Título.

VINÍCIUS LOPES LANDGRAF

**PENALIDADE MÁXIMA DO FUTEBOL: UM LABORATÓRIO PARA TEORIA DOS
JOGOS**

Trabalho de conclusão submetido ao Curso de Graduação em Economia da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS, como requisito parcial para obtenção do título Bacharel em Economia.

Aprovada em: Porto Alegre, ____ de ____ de 2020.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Sabino Porto Júnior – Orientador
UFRGS

Profa. Dr. Marcelo de Carvalho Griebeler
UFRGS

Prof. Dr. Glaison Augusto Guerreiro
UFRGS

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo a verificação de equilíbrio em minimax na interação entre o goleiro e o chutador em cobranças de pênalti. O tema abordado tem ganhado destaque no meio acadêmico e desportivo através da obra *Beautiful Game Theory: How Soccer Can Help Economics* de Ignacio Palacios-Huerta, livro que me inspirou a desenvolver as páginas subseqüente, utilizando, inclusive, a metodologia sugerida pelo autor. O trabalho inicia com uma breve revisão bibliográfica sobre teoria dos jogos e, após, apresenta uma revisão da literatura basilar sobre teoria dos jogos aplicado aos esportes. Para a realização da análise, construiu-se uma base de dados de penalidades máximas que ocorreram entre os anos de 2002 e 2019 e os resultados demonstraram convergência aos encontrados por Palacios-Huerta.

Palavras-chave: Minimax. Teoria dos Jogos. Economia do Esporte

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: <i>Payoffs</i> esperados no jogo <i>Matching Pennies</i>	28
Figura 2: Modelo de Walker e Wooders (1998)	31
Figura 3: Modelo de Palacios-Huerta (2002)	35
Figura 4: Resultado de Palacios-Huerta (2003)	37

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Resolução via EIED (Primeiro Passo)	19
Tabela 2: Resolução via EIED (Segundo Passo)	19
Tabela 3: Resolução via EIED (Terceiro Passo)	20
Tabela 4: Resolução via EN (Elaboração Própria)	21
Tabela 5: Jogo de Soma-Zero: A Batalha do Mar de Bismark.....	24
Tabela 6: Modelo simplificado contendo apenas <i>payoffs</i> positivos.....	24
Tabela 7: Resolução contendo apenas <i>payoffs</i> positivos.....	25
Tabela 8: <i>Matching Pennies</i>	27
Tabela 9: Resumo dos Resultados Estatísticos por Palacios-Huerta (2003)	39
Tabela 10: <i>Ranking</i> das seleções por valor de mercado	40
Tabela 11: Proporções relativas das estratégias e as taxas de sucesso	44
Tabela 12: Frequências empíricas e as previstas na teoria	45
Tabela 13: <i>Payoffs</i> Calculados	45
Tabela 14: Teste de Pearson para Igualdade nas Probabilidades	47
Tabela 15: Painel Comparativo para Testes Agregados	48
Tabela 16: Teste de Qui-Quadrado Alternativo	49
Tabela 17: Teste de Runs Alternativo	50
Tabela 18: Confrontos e Informações Coletadas na Amostra.....	56

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

EN	Equilíbrio de Nash
KS	Kolmogorov-Smirnov
MM	Método <i>Maximin</i>
VE	Valor Esperado

SUMÁRIO

1	O FUTEBOL COMO UM LABORATÓRIO	15
2	REVISÃO DA LITERATURA	17
2.1	Conceitos e Soluções.....	17
2.1.1	Jogos Estáticos De Informação Completa	17
2.1.2	Jogos Estáticos de informação Incompleta.....	25
2.2	Minimax Aplicado aos Esportes	29
2.2.1	Modelo de Walker e Wooders (1998).....	30
2.2.2	Modelo de Palacios-Huerta (2002).....	34
3	METODOLOGIA E RESULTADOS	40
3.1	Estatística Descritiva	43
3.2	Testes Estatísticos.....	46
3.2.1	Abordagem Individual	47
3.2.2	Abordagem Alternativa por Grupos	49
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	50
	REFERÊNCIAS.....	53
	ANEXO A – TABELA DE CONFRONTOS	56

1 O FUTEBOL COMO UM LABORATÓRIO

Ao entrarem nas ciências econômicas através da obra de Von Neumann e Morgenstern (1944), os “jogos de estratégia” ganharam capilaridade como ferramenta de análise do comportamento econômico de indivíduos que são maximizadores de utilidade. Foi nos anos 50, como analisa Figueiredo (1994), que a teoria dos jogos ganhou novos horizontes através das obras de John F. Nash sobre a aplicabilidade da teoria de minimax para número grande de agentes e do fornecimento de novas ferramentas para a análise da formação dos preços de mercado, que antes era restrito ao sistema neoclássico de equilíbrio geral. Entretanto, algumas limitações permeiam nas pesquisas dessa área. Carvalho (1957) ao analisar as obras de Von Neumann e Morgenstern (1944) tece o seguinte comentário: “Concluem pela necessidade de precisão e domínio, inicialmente em um campo limitado, a fim de serem desenvolvidos métodos que, posteriormente, sejam gradativamente estendidos (Carvalho, 1957, p. 12). Em outras palavras, o desafio da pesquisa empírica em teoria dos jogos é encontrar situações reais, onde as tomadas de decisão dos agentes econômicos sejam analisadas de forma precisa, estando eles em pleno domínio dessa interação e, ainda, presentes em um campo de atuação limitado¹.

O crescimento da disponibilidade de informações acerca do comportamento humano² tem proporcionado aos esportes passarem a ser um campo promissor para pesquisas acadêmicas na área de teoria dos jogos, e o futebol, sendo o esporte popular como é, tem se mostrado, cada vez mais, um laboratório rico para pesquisadores da economia clássica e comportamental³. Afinal, há alguma diferença entre a relação de um

¹ Alguns autores criticam os axiomas da utilidade para na modelagem econômica. Para mais informações consultar CARL KAYSEN, **A revolution in Economic Theory**, The review of economic studies, 1947

² GAME Theory in Praticce. **The Economist**. Londres.03 de setembro de 2011. Disponível em: <https://www.economist.com/technology-quarterly/2011/09/03/game-theory-in-practice>

³ BISCAN'S, Boots. Financial Times reports describes LFC as 'world leaders' in key aspects of modern football. **Empire of Kop**. Londres. 03 de março de 2019. Disponível em:

cobrador e um goleiro para a relação de um *policymaker* e sua reputação frente à população no que tange ao controle da inflação⁴?

A investigação tecida no presente trabalho acerca do equilíbrio Minimax em cobranças de pênalti visitou a abordagem proposta por Palacios-Huerta (2003), fazendo uso de uma nova base de dados. Para isso, foram coletadas 346 amostras de cobranças de pênalti em fases de “mata-mata”⁵, contendo, cada uma, informações detalhadas como: quem eram os cobradores e goleiros; para que lado o cobrador chutou e para que lado o goleiro pulou e qual era a etapa da fase eliminatória em que a cobrança estava acontecendo.

Havia duas implicações nucleares para a comprovação do equilíbrio: a primeira é de que as probabilidades de sucesso entre goleiros e cobradores são idênticas; a segunda é a aleatoriedade nas escolhas, ou seja, se as decisões presentes de goleiros e cobradores não sofreram influência das suas próprias escolhas passadas ou de seus adversários. Para testar essas implicações foram utilizados os testes estatísticos de Qui-Quadrado de Pearson, o teste de Kolmogorov-Smirnov e o teste de *runs*.

O trabalho foi organizado da seguinte maneira: no capítulo 2, é feita uma revisão da literatura conceitual de teoria dos jogos e de abordagens aplicadas aos esportes. No capítulo 3, são apresentadas a metodologia e os resultados obtidos nos testes estatísticos. E, por fim, no capítulo 4, são tecidos alguns comentários acerca da pesquisa e as considerações finais.

<https://www.empireofthekop.com/2019/03/03/financial-times-report-describes-lfc-as-world-leaders-in-key-aspect-of-modern-football/>

⁴ Referência ao trabalho de BACKUS, David; DRIFILL, John. **Inflation and reputation**. American Economic Review, v. 75, n. 3, p. 530-538, 1985.

⁵ Competição em que a equipe, para passar para a fase seguinte, faz jogos de ida e volta com um adversário e aquela que obtiver menor número de pontos, será automaticamente desclassificada. (QUEIROZ, 2005, p. 621)

2 REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo será tratado acerca dos fundamentos da Teoria dos Jogos, apresentando conceitos, exemplos e soluções para diferentes tipos de “jogos”.

2.1 Conceitos e Soluções

Um “jogo” é definido por Nicholson e Snyder (2012) como um modelo abstrato onde há três elementos essenciais: jogadores, estratégias e *payoffs*⁶. Nesse capítulo, serão abordados jogos estáticos de informação completa e incompleta, os quais servirão de base para a análise final do presente trabalho, que almeja analisar a interação entre o chutador e o goleiro em uma cobrança de pênalti e verificar ou testar a hipótese de que há ocorrência do equilíbrio⁷.

2.1.1 Jogos Estáticos De Informação Completa

Jogos estáticos de informação completa são desenvolvidos com a escolha simultânea dos jogadores, como no clássico exemplo do *dilema do Prisioneiro*, no qual as ações podem ocorrer em tempos e “celas” diferentes, porém a decisão é tomada simultaneamente. Importante frisar que o jogo ser de informação completa implica em

⁶ Retorno ou pagamento. É resultado de uma ou mais ações. (PAYOFF. In: Cambridge Dictionary Online. Londres. Disponível em: <https://dictionary.cambridge.org/pt/dicionario/ingles/payoff>. Acesso em: 09/11/20.

⁷ Toda a exposição de “jogos” subsequente foi baseada em GIBBONS, Robert. **Game theory for applied economists**. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1992, NICHOLSON, W., and SNYDER, C. **Microeconomic Theory: Basic Principles and Extensions**. 11^a, Ohio: South-Western/Cengage Learning, 2012, OSBORNE, J.; RUBINSTEIN. A. **A course in Game Theory**. Cambridge: The MIT Press, 1994 e FIANI, R. **Teoria dos jogos: para cursos de administração e economia**. 4. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2004

conhecimento geral dos *payoffs* entre os jogadores, de modo que, quando um jogador realiza sua decisão, está levando em consideração o *payoff* esperado de seu adversário.

2.1.1.1 Representação do jogo

A representação da forma normal de um jogo deve conter:

- I. Um conjunto finito de jogadores $N = \{n_1, \dots, n_n\}$, sendo n_i um jogador arbitrário desse conjunto;
- II. Uma cesta $S_i = \{s_{i1}, \dots, s_{in}\}$ de estratégias mistas disponíveis para cada jogador;
- III. Os *payoffs* obtidos pelos jogadores em cada combinação de estratégia, sendo $u_i(s_1, \dots, s_n)$ a *função utilidade* do jogador i , com $u_i : \rightarrow \mathbb{R}$.

O jogo estratégico conforme Sartini (2004) é constituído através do produto cartesiano de todos os perfis de estratégias como é demonstrado a seguir:

$$S = \prod_{i=1}^n S_i = S_1 \times S_2 \times S_n \quad (1)$$

2.1.1.2 Soluções de um Jogo de informação Completa

As interações estratégicas podem ser solucionadas por três vias: Eliminação Iterativa de Estratégias Dominadas (EIED); Equilíbrio de Nash (EN) e Método Maximin (MM). Nos subtópicos a seguir, serão expostos as definições e os exemplos de resoluções para cada um dos métodos.

2.1.1.2.1 Eliminação Iterativa de Estratégias Dominadas (EIED)

Consiste, basicamente, na exclusão da estratégia pura de um determinado jogador, cujos *payoffs* encontrados são inferiores a qualquer outro disponível nas demais estratégias. Conceitualmente, pode-se representar da seguinte forma:

$$u_i(s_1, \dots, s_{i-1}, s'_i, s_{i+1}, \dots, s_n) < u_i(s_1, \dots, s_{i-1}, s''_i, s_{i+1}, \dots, s_n) \quad (2)$$

A Tabela 1 abaixo apresenta um jogo qualquer onde os *payoffs* disponíveis para o Jogador 2 na estratégia ‘meio’ é preferível aos da estratégia ‘direita’. Logo, diz-se que a estratégia ‘centro’ é preferível à ‘direita’, sendo a estratégia pura $s_{23} \in S_2$ estritamente dominada pela estratégia s_{22} e, portanto, cabe ser descartada como uma decisão racional ou possível de ser escolhida pelo Jogador 2.

Tabela 1 – Resolução via EIED (Primeiro Passo)

	Jogador 2			
Jogador 1		Esquerda	Meio	Direita
	Em cima	1,0	1,2	0,1
	Em baixo	0,3	0,1	2,0

Fonte: Gibbons (1992, p. 6)

Após esse procedimento, o jogo restante é:

Tabela 2 – Resolução via EIED (Segundo Passo)

	Jogador 2		
Jogador 1		Esquerda	Meio
	Em cima	1,0	1,2
	Em baixo	0,3	0,1

Fonte: Gibbons (1992, p.6)

Do mesmo modo, para o Jogador 1, os *payoffs* disponíveis na estratégia ‘em cima’, que são 1 e 1, são superiores à ‘em baixo’, que são 0 e 0. Formalmente, tem-se que o

Jogador 1 possui preferência pela estratégia pura $s_{11} \in S_1$ em relação à estratégia pura $s_{12} \in S_1$, que, portanto, deve ser descartada.

Tabela 3 – Resolução via EIED (Terceiro Passo)

	Jogador 2		
		Esquerda	Meio
Jogador 1	Em cima	1,0	1,2

Fonte: Gibbons (1992, p. 7)

Na Tabela 3 consta o jogo final após as exclusões via EIED. Nesse jogo, o Jogador 2 tem a preferência pela estratégia ‘centro’, enquanto ao Jogador 1 resta apenas a estratégia ‘em cima’ como uma escolha racional. O retorno do algoritmo de resolução está apresentado abaixo e aponta para a estratégia (*em cima, centro*) como o equilíbrio do jogo.

$$u_2(em\ cima, esquerda) < u_2(em\ cima, centro) \quad (3)$$

2.1.1.2.2 Equilíbrio de Nash (EN)

Equilíbrio de Nash consiste na busca por uma solução única para problemas de jogos estratégicos. Trata-se do encontro das estratégias que são a melhor resposta possível entre todas as disponíveis aos jogadores. Fiani (2004) afirma que esse conceito procura captar situações em que os agentes não teriam estímulos para mudar suas decisões. Abaixo, está expressa a existência de uma estratégia s_i^* de recompensa superior a toda estratégia pura dos jogadores adversários ao jogador analisado.

$$u_i(s_1^*, \dots, s_{i-1}^*, s_i^*, s_{i+1}^*, \dots, s_n^*) \geq u_i(s_1^*, \dots, s_{i-1}^*, s_i, s_{i+1}^*, \dots, s_n^*) \quad (4)$$

$$\max_{s_i \in S_i} u_i(s_1^*, \dots, s_{i-1}^*, s_i, s_{i+1}^*, \dots, s_n^*) \quad (5)$$

Diz-se que o conceito de EN é mais amplo que EIED, na medida em que no processo de EIED se busca encontrar a estratégia de melhor retorno a um determinado jogador independente da escolha realizada pelos demais. Já o EN busca a melhor estratégia de um determinado jogador condicionado às estratégias escolhidas pelos demais. Gibbons (1958) afirma que caso uma estratégia seja um EN ela irá essencialmente sobreviver ao processo de EIED, mas nem todas as estratégias sobreviventes ao processo de EIED serão um EN, visto que esse processo utiliza parcialmente o conceito de EN.

No exemplo apresentado na Tabela 4, mostra-se um caso em que a interação estratégica pode ser resolvida tanto por EIED como por EN. O exemplo trata-se de um jogo hipotético cuja representação formal consiste no produto cartesiano dos perfis de estratégias S_1 e S_2 acoplados aos seus respectivos *payoffs*.

$$N = \{\text{Jogador 1}, \text{Jogador 2}\}, S_1 = \{\text{Direita}_1, \text{Esquerda}_1\}, S_2 = \{\text{Direita}_2, \text{Esquerda}_2\}$$

$$S = \{(\text{Direita}_1, \text{Direita}_2), (\text{Direita}_1, \text{Esquerda}_2), (\text{Esquerda}_1, \text{Direita}_2), (\text{Esquerda}_1, \text{Esquerda}_2)\}$$

$$\begin{aligned} u_1(\text{Direita}_1, \text{Direita}_2) &= 3, & u_1(\text{Direita}_1, \text{Esquerda}_2) &= 5 \\ u_1(\text{Esquerda}_1, \text{Direita}_2) &= 1, & u_1(\text{Esquerda}_1, \text{Esquerda}_2) &= 4 \\ u_2(\text{Direita}_2, \text{Direita}_1) &= 3, & u_2(\text{Direita}_2, \text{Esquerda}_1) &= 5 \\ u_2(\text{Esquerda}_2, \text{Direita}_1) &= 1, & u_2(\text{Esquerda}_2, \text{Esquerda}_1) &= 4 \end{aligned}$$

Tabela 4 – Resolução via EN

	Jogador 2		
		Direita	Esquerda
	Jogador 1	Direita	Esquerda
	Direita	<u>3</u> , <u>3</u>	<u>5</u> , 1
	Esquerda	1, <u>5</u>	4, 4

Fonte: Elaboração Própria.

O procedimento para encontrar o EN ocorre através do destaque das preferências dos jogadores dada as estratégias escolhidas pelos demais jogadores. Nesse caso, o equilíbrio de Nash é $(\text{Direita}_1, \text{Direita}_2)$. Esse resultado foi atingido seguindo-se o

algoritmo de resolução que pode ser informalmente sintetizado da seguinte forma: “quando o Jogador 1 escolhe Direita, o Jogador 2 escolhe Direita; quando o Jogador 1 escolhe Esquerda, o Jogador 2 escolhe Direita e assim por diante”. Como anteriormente citado, se o procedimento de *Eliminação Iterativa de Estratégias Dominadas* fosse executado nesse jogo, o resultado seria o mesmo, com equilíbrio também ocorrendo em $(Direita_1, Direita_2)$. É importante frisar que nem sempre esse fenômeno ocorre, pois, como se pode perceber, com poucas alterações nos *payoffs* dos jogadores, o método EIED já não funcionaria⁸.

Outro ponto acerca desse exemplo é o fato do *equilíbrio de Nash* $(Direita_1, Direita_2)$ não ser *Pareto ótimo*⁹, pois os *payoffs* obtidos pelos jogadores poderiam ser superiores caso a estratégia escolhida fosse $(Esquerda_1, Esquerda_2)$. Além do mais, pode haver casos em que há mais de um ou simplesmente não há um *Equilíbrio de Nash* como em jogos de soma zero.

O jogo de soma-zero é a situação estratégica na qual um jogador perde exatamente o que seu adversário ganha. Nesse tipo de jogo, as funções de *payoffs* possuem o seguinte padrão:

$$u_i(s_1, \dots, s_n) = -u_{-i}(s_1, \dots, s_n) \quad (6)$$

Um exemplo clássico desse tipo de jogo é o *Matching Pennies*¹⁰ que está apresentado na Tabela 8 (página 27). Nesse jogo, caso ambas moedas sejam iguais, tanto ‘cara’ como ‘coroa’, o Jogador 1 fica com a moeda do Jogador 2; caso contrário, se as moedas forem divergentes, o Jogador 2 fica com a moeda do Jogador 1. Nota-se que não há um EN nessa interação. Segundo Fiani (2004), isso ocorre porque os jogadores não se satisfazem com uma única combinação estratégica que atenda a todos

⁸ Para exemplos de jogos que a EIED não funciona pode-se consultar Fiani (2004)

⁹ Fiani (2004) define o ótimo paretiano como uma situação em que o retorno obtido por um determinado jogador em uma interação estratégica não pode ser melhorado sem que haja a piora do retorno dos demais.

¹⁰ Diferentemente de Cara-ou-Coroa, o jogo *Matching Pennies* é realizado com duas moedas. Cada jogador “joga sua moeda” e a esconde em sua mão, após isso, os jogadores mostram simultaneamente o resultado obtido: se foi cara ou coroa.

requisitos¹¹ para ser um EN. Entretanto, Nash (1950) apud Gibbons (1992) demonstrou que em todo jogo finito existe pelo menos um equilíbrio de Nash. Essa afirmação só é possível com o uso de estratégias mistas, as quais serão abordadas no tópico 2.1.2 desse trabalho.

2.1.1.2.3 Método Maximin/Minimax

Em interações estratégicas estritamente competitivas, ou seja, jogos de soma zero, as ações dos agentes tendem a ser conservadoras, no sentido de que a melhor estratégia possível é minimizar os danos que seus adversários podem lhe causar. (Fiani, 2004). Para fins ilustrativos, será utilizado o modelo de jogo apresentado pelo autor supracitado, o qual demonstra a Batalha no Mar de Bismark, composta pela interação entre o Exército Japonês e as Forças Aliadas durante a Segunda Guerra Mundial em um momento onde a cúpula do exército japonês planejava realizar uma movimentação em suas tropas para um novo local e, para realizar essa movimentação, haviam duas rotas disponíveis, a Sul e a Norte. Por sua vez, as tropas aliadas, tendo conhecimento da movimentação do exército japonês, possuíam a capacidade de planejar um ataque de bombardeio aéreo, com a ressalva de que havia aviões para seguir em apenas uma rota por vez, com o bombardeio durando um dia inteiro.

Os *payoffs* que são apresentados na Tabela 5 ilustram as seguintes condições: caso o Comboio Japonês siga pela 'rota sul' e as Forças Aliadas sigam pela 'rota norte', as Forças Aliadas perderão um dia inteiro de bombardeio aéreo, restando dois dias de bombardeio apenas, enquanto, se tivesse escolhido a mesma rota do Comboio Japonês, iriam dispor de um total de três dias de ataques aéreos.

¹¹ Há um Equilíbrio de Nash quando a escolha do jogador i é a melhor possível frente a escolha da melhor estratégia de seu adversário. Logo, no jogo apresentado na Tabela 1 não há uma escolha de retorno superior ao Jogador 1 em que seu adversário esteja obtendo um melhor resultado.

Tabela 5 – Jogo de Soma-Zero: A batalha do Mar de Bismark

	Comboio japonês		
		Rota Sul	Rota Norte
Forças Aliadas	Rota Sul	3,-3	1,-1
	Rota Norte	2,-2	2,-2

Fonte: Fiani (2004, p.176)

Para resolver esse tipo de jogo, é comum realizar um procedimento de transformação da matriz de *payoffs*, mantendo aparente apenas os *payoffs* do “Jogador Coluna” (Jogador 2), ocultando os *payoffs* do “Jogador Linha” (Jogador 1) implícitos, uma vez que são iguais em módulo. O resultado dessa transformação consta na Tabela 6 como um jogo de soma zero, no qual iremos aplicar o Método de Maximin para resolução do problema, cujo objetivo, segundo Fiani (2004), é de calcular o que de pior pode acontecer para o jogador que se encontra nas colunas, caso ele escolha jogar quaisquer que sejam as estratégias disponíveis a ele.

Tabela 6 – Modelo simplificado contendo apenas *payoffs* positivos

	Comboio japonês		
		Rota Sul	Rota Norte
Forças Aliadas	Rota Sul	3	1
	Rota Norte	2	2

Fonte: Fiani (2004, p.181)

O método de resolução ocorre através da seleção dos maiores retornos das colunas assim como os menores retornos das linhas.

Tabela 7 – Resolução contendo apenas *payoffs* positivos

	Comboio japonês			
		Rota Sul	Rota Norte	<i>Min Linhas</i>
	Rota Sul	3	1	<i>1</i>
	Rota Norte	2	<u>2</u>	2
	<i>Max Colunas</i>	3	2	

Fonte: Fiani (2004, p.182)

O equilíbrio (Rota Norte, Rota Norte) foi encontrado selecionando-se o maior *payoff* entre os mínimos das linhas e o menor entre os máximos das colunas (Tabela 7). Esse ponto é onde os jogadores escolhem “dos males o menor” e não possuem incentivos pra alterar sua estratégia unilateralmente, pois qualquer alteração poderia acarretar *payoffs* inferiores para ambos.

2.1.2 Jogos Estáticos de informação Incompleta

Também conhecidos como *jogos bayesianos*, descrevem a interação estratégica na qual as funções de *payoff* de um jogador **não** são de conhecimento comum entre todos. Diz-se que o jogador *i* tem total conhecimento de suas preferências, mas é incerto quanto às dos demais jogadores. Osborne e Rubinstein (1994) afirmaram que esse tipo de jogo pode ser usado para modelar não somente as situações nas quais cada jogador é incerto sobre os *payoffs* de seus oponentes, mas também sobre as estratégias disponíveis a eles. Em casos de interações de mais de dois jogadores, pode-se dizer que ao menos um deles desconhece as funções de *payoff* dos demais.

2.1.2.1 Representação do Jogo

A representação é bastante semelhante aos jogos de Informação Completa, contudo é necessário adicionar um novo espaço p_i que contém as diferentes probabilidades associadas a cada função de *payoff* dos jogadores.

Na representação normal de um jogo de informação completa apresentada no item 2.1.1.1 havia:

- I. Um conjunto finito de jogadores $N = \{n_1, \dots, n_n\}$, sendo n_i um jogador arbitrário desse conjunto;
- II. Uma cesta $S_i = \{s_{i1}, \dots, s_{in}\}$ de estratégias mistas disponíveis para cada jogador;
- III. Os *payoffs* obtidos pelos jogadores em cada combinação de estratégia, sendo $u_i(s_1, \dots, s_n)$ a *função utilidade* do jogador i , com $u_i \rightarrow \mathbb{R}$.

Agora é necessário concatenar o espaço de probabilidades para cada “tipo” de comportamento dos jogadores. Sendo assim, o jogo deve conter também:

- IV. Uma distribuição de probabilidades $p_i = \{p_{i1}, \dots, p_{in}\}$ para cada jogador $n_i \in N$, onde $0 \leq p_{in} \leq 1$ e $p_{i1} + \dots + p_{in} = 1$.

2.1.2.2 Solução de um Jogo de Informação Incompleta

O *Equilíbrio Bayesiano* é a mais robusta solução de jogos estratégicos. Podendo ser encontrado mesmo em situações onde não há um EN, como no jogo *Matching Pennies* com *Informação Completa*. Harsanyi (1967) apud Osborne e Rubinstein (1994) afirmou que probabilidade é o componente que insere o elemento incerteza à interação entre os jogadores, sendo o conjunto da incerteza com a existência de um *conhecimento prévio*¹² que torna capaz o encontro de uma solução. A Tabela 8, abaixo, ilustra o jogo *Matching Pennies*, que servirá de exemplo para demonstração do equilíbrio em estratégias mistas.

¹² Ou também conhecido como informação *a priori*, representa a influência *bayesiana* em jogos estratégicos. Para melhor entendimento do conceito sugiro a leitura da obra SORENSEN, D. e GIANOLA, D. (2002) **Likelihood, Bayesian, and MCMC Methods in Quantitative Genetics**. Springer Science and Business Media, New York. E para leitura complementar NATE, Silver. **O Sinal e o Ruído: porque tantas previsões falham e outras não**. Rio de Janeiro: Intrínseca, 2013.

Tabela 8 - *Matching Pennies*

Jogador 1	Jogador 2		
		Cara	Coroa
	Cara	-1,1	1,-1
	Coroa	1,-1	-1,1

Fonte: Gibbons (1994, p. 29)

Estratégias mistas significa que o jogador i não executa apenas uma estratégia, mas sim um *mix* sequencial de estratégias de acordo com a probabilidade p_i de ocorrência das estratégias de seu adversário e dos *payoffs* que estão “na mesa”. O equilíbrio em estratégias mistas ocorre quando há igualdade do *Valor Esperado (VE)* nas estratégias disponíveis ao jogador i , sendo o *equilíbrio bayesiano* o ponto onde o jogador é indiferente entre suas estratégias e, portanto, tende a escolhê-las de forma aleatória.

Assumindo que o jogo apresentado na Tabela 8 possui as seguintes propriedades:

- I. $N = \{\text{Jogador 1}, \text{Jogador 2}\}$
- II. $S_1 = (\text{Cara}_1, \text{Coroa}_1)$ e $S_2 = (\text{Cara}_2, \text{Coroa}_2)$
- III. $S = \{(\text{Cara}_1, \text{Coroa}_2); (\text{Cara}_1, \text{Coroa}_2); (\text{Cara}_1, \text{Coroa}_2); (\text{Cara}_1, \text{Coroa}_2)\}$
- IV. $p_1 = \{p_{11}, p_{21} \mid p_{11} = r; p_{21} = 1 - r\}$ e $p_2 = \{p_{12}, p_{22} \mid p_{12} = q; p_{22} = 1 - q\}$

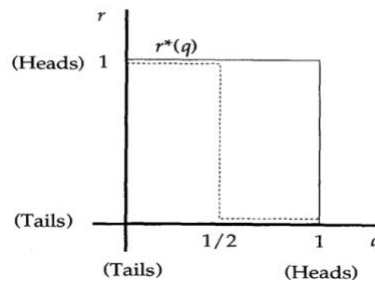
É possível afirmar, segundo Gibbons (1998), que:

- I. O Jogador 1 possui o *conhecimento prévio* de que o Player 2 joga ‘cara’ com probabilidade q e ‘coroa’ com probabilidade $1 - q$;
- II. o Jogador 2 possui o *conhecimento prévio* de que o Jogador 1 joga ‘cara’ com probabilidade r e ‘coroa’ com probabilidade $1 - r$;

III. A equação resultante¹³ dessa interação (r escrito em função de q) é $r^*(q) = (2q - 1) + r(2 - 4q)$.

Os possíveis *payoffs* estão resumidos na Figura 1 através de um gráfico binário em que, caso seja escolhido ‘cara’ o *payoff*, é igual a 1 e se for ‘coroa’ é igual a 0.

Figura 1– Payoffs esperados no jogo Matching Pennies



Fonte: Gibbons (1998, p. 35)

O ponto $q = 1/2$, da Figura 1 ocorre quando há igualdade entre o *Valor Esperado* das estratégias ‘cara’ e ‘coroa’ para o Jogador 1. Sendo a decisão desse jogador *Independente*, é no ponto $q = 1/2$ onde o jogador se torna indiferente entre todas as estratégias puras disponíveis a ele: “Furthermore, because player 1’s expected payoff in (1.3.1) is independent of r when $q = 1/2$, player 1 is also indifferent among all mixed strategies $(r, 1 - r)$ ”¹⁴. (GIBBONS, 1998, p.34).

O conceito de EN em estratégias mistas ocorre quando há uma ou mais estratégias mistas que são as melhores respostas às escolhas de seus adversários:

$$(p_1^*, \dots, p_n^*) > (p_1, \dots, p_n) \quad (7)$$

Além disso, Osborne e Rubinstein (1994) apresentam duas características fundamentais que as estratégias de equilíbrio devem apresentar:

¹³ Equação completa apresentada em Gibbons (1998, p. 34): $r^*(q) = -rq + r(1 - q) + (1 - r)q + (1 - r)(1 - q)(-1) = 2q - 1 + r(2 - 4q)$

¹⁴ Além disso, devido ao retorno esperado do jogador 1 em (1.3.1) ser independente de r quando $q=1/2$, o jogador 1 também é indiferente a todas as demais estratégias mistas $(r, 1-r)$.

- I. O *Valor Esperado* das estratégias puras de cada jogador deve ser igual, seja qual for a distribuição de probabilidade;
- II. As decisões devem apresentar *Independência*¹⁵.
- III. Em situações em que há grande número de jogadores, o equilíbrio ocorre quando nenhum dos jogadores detectarem correlação entre as ações de todos os jogadores da população incluindo a dele próprio.

No capítulo seguinte, será apresentada revisão de trabalhos que analisaram a ocorrência de equilíbrio em interações estratégicas nos esportes. No capítulo 3 será analisado uma situação real de cobranças de pênalti sob a ótica de teoria dos jogos, identificando se há ou não ocorrência de equilíbrio na interação entre os goleiros e cobradores.

2.2 Minimax Aplicado aos Esportes

Atualmente, o avanço da tecnologia permitiu relevante incremento no acervo de informações nos esportes. Dados estatísticos têm sido usados exaustivamente para a melhoria da performance de jogadores, de técnicos e de gestores de clubes. Consequentemente, o uso dos esportes como um laboratório no estudo do comportamento de indivíduos ganhou espaço nas ciências econômicas por apresentar boa base para análise empírica de interações estratégicas com condições de informação simétrica e de isolamento das decisões de cada indivíduo, como afirmou Wiles (2006).

Pode-se dizer que o início de uma série de artigos apresentando aplicações de teoria dos jogos nos esportes ocorreu com Walker e Wooders (1998) através da análise sobre as escolhas de direção dos saques em jogos profissionais de tênis. Os autores

¹⁵ “Se um evento de probabilidade p é observado repetidamente em ocasiões independentes, a proporção da frequência observada deste evento em relação ao total número de repetições converge em direção a p à medida que o número de repetições se torna arbitrariamente grande.” (Santos, J. **A teoria da probabilidade e a teoria dos jogos em uma abordagem para o ensino médio**. Tese (Mestrado em matemática aplicada) – Centro de Ciências Exatas e da Terra. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, p.8. 2016)

tiveram como *benchmark* o experimento realizado em O'Neill (1987)¹⁶ para testar a igualdade nas probabilidades de vitória entre os jogadores. Walker e Wooders (1998) entenderam que usar esportes com presença de jogadores profissionais em situações competitivas tenderiam a melhorar os resultados encontrados no trabalho de O'Neill (1987), uma vez que os atletas se encontram plenamente ativos no “jogo estratégico” com seus *payoffs* bem definidos e, como analisou Hsu, Huang e Tang (2007) os jogadores possuem experiência no jogo e estão altamente motivados a vencer. Os resultados obtidos por Walker e Wooders (1998) foram substancialmente melhores que os encontrados por O'Neill (1987) no que tange às escolhas seguirem o equilíbrio em teoria dos jogos.

Palacios-Huerta (2003) consolida a análise de equilíbrio minimax nos esportes aplicando a metodologia de pesquisa usada por Walker e Wooders (1998) analisando a interação estratégica de cobranças de pênalti no futebol. O autor obteve melhores resultados superiores nos testes estatísticos para confirmação do equilíbrio do que os autores citados anteriormente.

2.2.1 Modelo de Walker e Wooders (1998)

O modelo apresentado de Walker e Wooders (1998) é um jogo de soma-zero, de matriz 2 x 2 e com escolhas simultâneas, onde cada jogador possui como escolhas possíveis: Direita (R) e Esquerda (L). O modelo visa ilustrar a interação estratégica em um jogo profissional de tênis. Os autores utilizaram uma base de dados de dez partidas contendo informações detalhadas acerca dos pontos realizados durante esses jogos. Os

¹⁶ O'Neill (1987) realizou experimento com 50 estudantes construindo um jogo de 50 jogadores divididos em 25 pares, dispostos em duplas, no qual a cada jogador foram dadas 4 cartas (às, dois, três e coringa) e \$ 2.5 dólares em moedas. O jogo se repetia por 15 rodadas, nas quais os jogadores escolhiam simultaneamente suas cartas e as colocavam sobre a mesa. Após uma sinalização, ambos jogadores viravam suas cartas e um jogador ganharia caso houvesse encontro de dois coringas ou números diferentes e o outro ganharia caso houvesse encontro de números ou desencontro de coringas (coringa e um dois, por exemplo). O autor buscou averiguar se as frequências relativas dos jogadores e suas proporções de vitória ocorriam de acordo com resultados previstos teoricamente. Contudo, encontrou resultados estatísticos com desvios daquilo que foi previsto na teoria, entendendo que essa diferença ocorreu devido à *capacidade limitada de processamento de informações* e de *registros imperfeitos* dos jogadores, ou seja, os jogadores não recordam completamente as jogadas anteriores de seus adversários para poder basear suas escolhas futuras.

pontos estão separados por: (i) confrontos entre jogadores, destacando qual o *court*, ou seja, se foi o lado escolhido, se foi *deuce* ou *ad*¹⁷; (ii) o número de vezes em que Esquerda, Direita e Centro foram escolhidos pelos jogadores nos respectivos confrontos; (iii) o total de saques realizados; (iv) os pontos realizados em cada lado (direita ou esquerda) e (v) a taxa de ganho e de frequência de escolha de Direita e Esquerda.

A dinâmica do jogo inicia com um dos jogadores colocando a bola em jogo através do saque enquanto o outro jogador, o “recebedor”, recebe o lançamento. Cada jogador possui uma respectiva probabilidade de obter sucesso, condicionada ao lado escolhido na interação, que é denotada como π_{sr} , a probabilidade do “sacador” de ganhar o ponto, onde *s* representa o lado escolhido pelo “sacador” (*server*) e *r* o lado escolhido pelo “recebedor” (*receiver*) e $1 - \pi_{sr}$, a probabilidade de sucesso do “recebedor”. O conjunto de probabilidades para cada estratégia constituem os *payoffs* dos jogadores como é ilustrado na Figura 2.

Figura 2 - Modelo de Walker e Wooders (1998)

		Receiver	
		L	R
Server	L	π_{LL}	π_{LR}
	R	π_{RL}	π_{RR}

Fonte: Walker e Wooders (1998, p. 37)

Os dados foram extraídos de vídeos de partidas clássicas de tênis profissional, de partidas que ocorreram nos principais torneios mundiais. Todas as partidas, exceto duas, são jogos de final desses campeonatos. Como critério de incorporação dos dados no trabalho, os autores usaram os seguintes pontos: a vitória naquela partida deve ser importante para ambos os jogadores; os jogadores devem se conhecer um ao outro, de modo que cada jogador entre em campo com bom senso de suas probabilidades de

¹⁷ *Deuce* se refere ao lado direito do “sacador” enquanto *Ad* o lado esquerdo do “sacador”.

ganho (*payoffs*); os jogos disputados devem ser longos suficientes para alcançarem uma quantidade de pontos que gere observações estatisticamente relevantes. A base de dados final contou com 10 partidas, sendo que cada partida contém quatro *game point*, assim, ao todo, há quarenta *point game* na base.

Server

Receiver

(a) $\pi_{LL} < \pi_{RL}$

(c) $1 - \pi_{LL} < 1 - \pi_{LR}$

(b) $\pi_{RR} < \pi_{LR}$

(d) $1 - \pi_{RR} < 1 - \pi_{RL}$

As relações apresentadas acima caracterizam a existência de um único equilíbrio de Nash no qual os jogadores aplicam minimax. Cada ponto realizado em uma partida de tênis segue conforme um jogo de soma zero em uma matriz 2×2 e satisfaz as condições de equilíbrio em jogos estratégicos.

2.2.1.1 Análise Empírica e Teste do Modelo

Seguindo o modelo teórico, a hipótese nula testada por Walker e Wooders (1998) é de que a probabilidade de ganho do *server* ao escolher a direita ou a esquerda é idêntica, como aponta a seguinte equação:

$$p_L^i = p_R^i = p^i \quad (8)$$

O indexador i ($i = 1, \dots, 40$) representa as observações da base de dados que são as estatísticas de *point game* e L e R o lado escolhido, esquerda ou direita, respectivamente; já o número de vezes em que direita ou esquerda foram escolhidas no primeiro saque é representado por n_j^i , onde $j \in \{L, R\}$ e representa a direção escolhida pelo *server* no momento do saque e, por fim, o número de vezes em que o último ponto do “sacador” foi bem-sucedido é denotado por N_{jS}^i e malsucedido por N_{jF}^i .

Os autores consideram que cada observação foi gerada por um processo binomial independente, cujos parâmetros são desconhecidos e, uma vez que a hipótese nula é verdadeira, os parâmetros para o processo de escolha tanto da direita como da esquerda são idênticos, sendo a estatística de Pearson distribuída assintoticamente com 1 grau de liberdade e calculada a partir da equação

$$Q^i = \sum_{j \in \{L, R\}} \frac{(N_{jS}^i - n_j^i p^i)^2}{n_j^i p^i} + \frac{(N_{jF}^i - n_j^i (1-p^i))^2}{n_j^i (1-p^i)} \quad (9)$$

cuja probabilidade p^i é desconhecida e estimada com máxima verossimilhança através de $\frac{N_{LS}^i + N_{RS}^i}{n_L^i + n_R^i}$, cada uma das quarenta observações possui um p-valor associado no qual a hipótese nula é rejeitada com 5% de significância.

Os resultados obtidos através do teste de Pearson validaram a hipótese nula, tendo entre as quarenta observações, apenas duas observações rejeitadas, uma com 10% e outra com 5% de significância estatística e um valor da estatística de Pearson igual a 30,801 com p-valor associado de 0,852.

Para analisar a independência dos experimentos e uniformidade dos p-valores, Walker e Wooders (1998) iniciam realizando *Run Test*¹⁸, sob a hipótese nula de que há um número r de *runs* que indica a independência dos experimentos, sendo a hipótese nula rejeitada caso haja um número maior ou menor de *runs* que r . O modelo apresentou apenas cinco entre as quarenta observações, sendo rejeitadas com 5% de significância.

O teste acerca da independência foi realizado através da construção de uma nova estatística chamada de t^i cuja distribuição é igual a $U[F(r^i - 1, n_L^i, n_R^i), F(r^i, n_L^i, n_R^i)]$, sendo $F(r; n_L, n_R) = \sum_{k=1}^r f(k; n_L, n_R)$ e representa a probabilidade de obter r ou menos *runs*. O autor, então, aplicou o teste de Kolmogorov-Smirnov na estatística t^i sob a hipótese nula da distribuição dessa estatística seguir o padrão normal $U[0,1]$, obtendo um valor de 1,948 com p-valor associado de 0,001, indicando a rejeição da hipótese nula. Segundo Walker e Wooders (1998), esse resultado demonstrou a tendência natural dos

¹⁸ Para melhor entendimento, consultar Gibbons e Chakraborti (1992).

jogadores de tênis em alternar suas jogadas com muita frequência, corroborando a conclusão obtida por Wagenaar (1972) de que, quando jogadores buscam randomizar suas escolhas, acabam apresentando alta frequência de alternância entre as estratégias.

As conclusões do artigo de Walker e Wooders (1998) indicam a aceitação da ocorrência do equilíbrio minimax no jogo de tênis, apesar dos autores salientarem que a forte tendência de alternância entre direita e esquerda na direção dos saques pode indicar uma não-aleatoriedade nas ações dos jogadores e, portanto, uma possível limitação dos testes de verificação do equilíbrio teorizado. Apesar disso, o trabalho de Walker e Wooders (1998) apresentou bons resultados estatísticos e contribuiu para novas pesquisas da área fazendo uso de informações esportivas profissionais.

2.2.2 Modelo de Palacios-Huerta (2002)

A inspiração para a contribuição apresentada por Palacios-Huerta (2003) se origina na limitação encontrada por vezes na literatura econômica em não apenas as definições teóricas ajudarem nas análises empíricas, mas o inverso também poder ser verdadeiro, ou seja, as definições teóricas serem comprovadas através de situações reais. Segundo o autor, esse fato é originado por diversos fatores como a dificuldade em se estabelecer as funções utilidades e as recompensas dos indivíduos envolvidos, assim como determinar a estrutura de incentivos as quais eles estão submetidos.

Partindo do *approach* de Walker e Wooders (2001), o autor ratifica o fato de, em esportes profissionais, os jogadores estarem submetidos a um ambiente competitivo propício à experimentos de jogos estratégicos, pois os jogadores estão incentivados a obter a vitória, possuem conhecimento pleno das regras do jogo e, em certa medida, carregam um histórico de comportamento de seus adversários, visto que atualmente as informações acerca dos jogadores circulam livremente dentro dos clubes profissionais. Esse ambiente, segundo o autor, permite que as inconsistências encontradas comumente na literatura econômica acerca da ocorrência do equilíbrio em situações reais sejam minimizadas e os resultados sejam superiores aos historicamente encontrados por O'Neill (1987) e Walkers e Wooders (1998). O autor parte de uma análise de 1417 cobranças de pênalti, coletadas de setembro de 1995 até junho de 2000 da liga

espanhola, italiana, inglesa e em diversos outros países, sendo 90% das cobranças originadas nos três países citados. Os dados foram obtidos juntamente a programas de TV como *English Soccer League* nos Estados Unidos, *Estudio Estadio* na Espanha, *Noventesimo Minuto*, na Itália, e de programas semanais europeus da *Eurosport*. A base de dados contém o nome dos jogadores e dos goleiros em cada cobrança de pênalti; a escolha realizada por eles, se foi esquerda, centro ou direita; o tempo do jogo em que foi realizada a cobrança; o placar nesse momento do jogo e o placar final do jogo, além de incluir a “perna natural” de cada cobrador, se ele é destro ou canhoto, e o resultado da cobrança, se foi gol ou não.

Palacios-Huerta (2003) salienta as vantagens da análise fazendo uso de cobranças de pênalti sobre outros esportes como *baseball*, críquete e outros, pois a estrutura da interação do pênalti se assemelha bastante com as previstas no modelo teórico para jogos estratégicos estáticos: a dinâmica do jogo ocorre simultaneamente, ou seja, o cobrador e o goleiro tomam suas decisões ao mesmo tempo e um espaço de possibilidades disponíveis aos jogadores é substancialmente inferior aos demais esportes. A figura 3, abaixo, contém o desenho teórico realizado pelo autor, seguindo, em grande parte, o modelo sugerido por Walker e Wooders (2003), no qual a interação entre jogadores é apresentada por uma matriz 2×2 , sendo que, para cada jogador, os *payoffs* são valorados pela probabilidade de sucesso, tanto do goleiro como do cobrador e são representados por π_{ij} , onde $i = \{L, R\}$ denota a escolha realizada pelo Cobrador e $j = \{L, R\}$ denota a escolha do goleiro, sendo L = esquerda e R = direita.

Figura 3 - Modelo de Palacios-Huerta (2002)

$i \backslash j$	L	R
L	π_{LL}	π_{LR}
R	π_{RL}	π_{RR}

Fonte: Palacios-Huerta (2002, p. 398)

As preferências dos jogadores apontam para um único equilíbrio de Nash que acompanham a relação:

$$\pi_{LR} > \pi_{LL} < \pi_{RL} \quad (10)$$

$$\pi_{RL} > \pi_{RR} < \pi_{LR} \quad (11)$$

Os testes aplicados por Palacios-Huerta (2003), os quais serão apresentados posteriormente, visam, basicamente, testar duas hipóteses: (i) as probabilidades de vitória são estatisticamente iguais entre todas as estratégias disponíveis e (ii) as escolhas dos jogadores são independentes e geradas por um processo randômico.

Sobre os itens (i) e (ii) o autor admite que:

- (i) g_L , que representa a probabilidade do goleiro de escolher a esquerda, satisfaz a igualdade $p_L^k = p_R^k$, sendo

$$p_L^k = g_L \pi_{LL} + (1 - g_L) \pi_{LR} \quad (12)$$

$$p_R^k = g_L \pi_{RL} + (1 - g_L) \pi_{RR} \quad (13)$$

Assim como k_L satisfaz $p_L^g = p_R^g$, sendo

$$p_L^g = k_L (1 - \pi_{LL}) + (1 - k_L) (1 - \pi_{RL}) \quad (14)$$

$$p_R^g = k_L (1 - \pi_{LR}) + (1 - k_L) (1 - \pi_{RR}) \quad (15)$$

- (ii) As escolhas dos jogadores não devem apresentar autocorrelação, sendo elas, portanto, independentes e não influenciadas por suas próprias jogadas anteriores, nem das jogadas de seus oponentes ou qualquer outra ação anterior.

2.2.2.1 Análise empírica e teste do Modelo

Através de uma breve análise descritiva, o autor construiu *clusters*¹⁹ para o diferencial de gols do placar no momento de cada cobrança de pênalti e para o “tempo” da cobrança, se ocorreu nos últimos 10 minutos da partida ou se foi no primeiro ou segundo tempo do jogo.

A análise das frequências foi realizada expondo as proporções relativas das diferentes combinações de escolhas feitas pelos cobradores e goleiros, tendo em vista que os jogadores possuem como escolhas possíveis a esquerda (L), o centro (C) e a direita (R) e as combinações são nomeadas pela combinação das letras, como, por exemplo, “RL”²⁰.

Devido a diferença de perspectiva entre goleiros e cobradores (a esquerda de um ser a direita do outro), o autor “normalizou” as estratégias e passou a não mais falar em direita e esquerda, mas sim “lado natural” (R)²¹ e “lado não natural” (L) como demonstra a figura abaixo, onde k_L representa o lado “não natural” do cobrador e g_L o lado “não natural” do goleiro.

Figura 4 – Resultado de Palacios-Huerta (2003)

	g_L	$1 - g_L$
k_L	58.30	94.97
$1 - k_L$	92.91	69.92

Fonte: Palacios-Huerta (2002, p. 402)

A existência de probabilidades iguais entre as estratégias disponíveis aos cobradores e goleiros é testada por Palacios-Huerta (2003) através do teste de Qui-

¹⁹ Os *clusters* representam o diferencial de gols do placar no momento da cobrança. Por exemplo, se em uma cobrança de pênalti o placar estava dois a zero para o time do cobrador, essa cobrança é alocada no *cluster*-2, e assim por diante. Para melhor entendimento ver tabela 1 de Palacios-Huerta (2003)

²⁰ As maiores frequências relativas observadas foram RR, com 27,6%, LL, com 19,6%, e LR, com 21%, olhando apenas para o *cluster* sem diferencial de pontos no placar.

²¹ O “lado natural” de um jogador destro é a sua esquerda e a direita do goleiro (ver Palacios-Huerta, 2003, p. 4)

quadrado de Pearson²², do teste de Kolmogorov-Smirnov e do teste de *runs*²³ como alternativas mais robustas de verificação de equilíbrios e desequilíbrios em jogos estratégicos. Os testes obtiveram resultados positivos: o teste de Kolmogorov-Smirnov apresentou valor de 0,527 com p-valor de 0,891 e o teste de *runs* apresentou apenas duas observações rejeitadas²⁴. E como complemento, o autor efetua uma estimação via regressão *logit*²⁵ conforme sugerido no texto de Brow e Rosenthal (1990) para identificar se, em cada jogador, as escolhas passadas não influenciam nas escolhas correntes.

Palacios-Huerta (2003) salienta o fato de ser a primeira vez na literatura em que os resultados de todos os testes estatísticos apresentaram capacidade de identificar equilíbrio e desequilíbrio em interações de jogos estratégicos. Apresento abaixo uma tabela com o resumo de todos os resultados obtidos pelo autor.

²² Segundo Morettin e Bussab (2006) o teste de Qui-Quadrado de Pearson é uma medida de afastamento global, onde valores grandes dessa estatística indicam associação entre as variáveis e valores pequenos a não-associação entre as variáveis.

²³ Para Richardson (2010) o teste de *runs* visa a identificação da aleatoriedade em uma série de eventos, qualitativos ou numéricos; já o teste de Kolmogorov-Smirnov é um procedimento de comparação entre conjuntos de distribuições de frequências acumuladas, sendo as frequências observadas em uma amostra da população, ou frequências randômicas de distribuição normal.

²⁴ Nos resultados foram encontradas apenas duas observações de um Cobrador e um Goleiro com valores passíveis de serem rejeitadas a 5% e quatro observações de dois Cobradores e dois Goleiros com rejeições a 10%. Os resultados apresentaram consistência para afirmar que os jogadores profissionais de futebol tomam suas decisões randomicamente.

²⁵ Testou-se cinco hipóteses: a primeira afirmava que todas as variáveis são estatisticamente insignificantes e não podem ser rejeitadas a 5% em nenhuma das observações (rejeitou-se apenas duas observações a 10%); a segunda, terceira e quarta hipóteses defendem que a escolha passada dos jogadores e seus sucessos nas cobranças, além das escolhas do seu adversário não determinam as escolhas presente. Nessas hipóteses, não se pôde rejeitar a 5% e 10% mais de duas observações entre todas, podendo-se concluir que a maioria dos jogadores não realizou suas escolhas baseando-se nas suas próprias escolhas passadas e em seus produtos, ou se foram bem-sucedidos ou malsucedidos, nem mesmo nas escolhas e resultados de seus adversários.

Tabela 9 – Resumo dos Resultados Estatísticos por Palacios-Huerta (2003)

Teste Qui-Quadrado	$\sum p^i$	Graus de Liberdade	p-valor
Todos os Jogadores	43,944	42	0,389
Todos os Cobradores	24,138	22	0,340
Todos os Goleiros	19,806	20	0,470
Teste de KS	Estatística de KS		p-valor
Todos os Jogadores	0,527		0,883
Todos os Cobradores	0,396		0,891
Todos os Goleiros	0,373		0,832
<hr/>			
	Nº de Rejeições nos Testes		
Teste de Runs	2		

Fonte: Palacios-Huerta (2003, p.405).

Percebe-se que foram encontrados valores críticos satisfatórios. Para todos os subgrupos avaliados, a estatística de Pearson foi inferior aos valores tabelados.

Importante comentar que os p-valores foram substancialmente melhores que os encontrados por Walker e Wooders (1998)²⁶ para todos os testes realizados.

²⁶ Ver tabela 2, da página 33, de WALKER, M. WOODERS, J. (1998). **Minimax Play at Wimbledon**. Department of Economics, University of Arizona.

3 METODOLOGIA E RESULTADOS

A análise do presente trabalho seguirá o roteiro proposto por Palacios-Huerta (2003) através da construção de um jogo nos mesmos moldes apresentados na página 35 (Figura 3). Trata-se de um jogo simultâneo, composto por um par de jogadores, o Goleiro e o Cobrador, cada qual com duas opções de escolha: o Cobrador podendo realizar a cobrança para seu “lado natural” ou para o lado “não natural”²⁷, enquanto o goleiro pode escolher pular para a direita (R) ou para a esquerda (L). Devido a escolha predominante do “lado natural” também sendo identificada nos dados coletados desse trabalho, pode-se seguir a construção do jogo no mesmo formato proposto pelo autor. A análise é processada sobre a base de dados construída a partir das doze principais seleções mundiais pelo critério de valor de mercado do elenco, as cobranças ocorreram entre os anos de 2002 até 2019 conforme a tabela apresentada abaixo. As informações foram retiradas do site Transfermarkt²⁸ e por vídeos disponíveis nos canais oficiais da FIFA (Federação Internacional de Futebol)²⁹

Tabela 10 – *Ranking* das seleções por valor de mercado

#	País	Idade Média	Valor do Time (EUR BN)	Pontos FIFA
1	Inglaterra	24,5	1,3	1661
2	França	26,8	1,15	1733
3	Brasil	27,2	1,11	1712
4	Alemanha	26,3	0,878	1602
5	Espanha	27,8	0,871	1636
6	Itália	26	0,868	1607
7	Bélgica	27,3	0,811	1765
8	Argentina	25,9	0,736	1623
9	Holanda	26,9	0,665	1604
10	Portugal	28,2	0,641	1639
11	Croácia	27,7	0,41	1642
12	Uruguai	27,2	0,398	1645

Fonte: Transfermarkt. Elaboração Própria.

²⁷ Palacios-Huerta (2003) utilizou “R” como “lado natural” e L como lado “não natural”, baseando-se na elevada frequência encontrada de cobranças em que os jogadores chutam para o lado contrário ao seu pé preferencial, para melhor entendimento ler nota explicativas 12 de Palacios-Huerta (2003)

²⁸ Disponível em: <https://www.transfermarkt.com.br/>.

²⁹ Disponível em <https://www.fifa.com/>.

A seleção com maior valor de mercado é a Inglaterra, com um elenco avaliado em € 1,3 bi, em seguida a França e o Brasil, com € 1,15 bi e € 1,11 bi, respectivamente. À primeira vista, o critério estabelecido de selecionar os doze times nacionais com maior valor de mercado supriria a necessidade de repetição dos jogadores nas cobranças, uma vez que as seleções nacionais possuem como vantagem, em relação aos clubes nacionais, a menor rotatividade dos jogadores; contudo, como será apresentado posteriormente, ainda sim, esse critério não foi suficiente para tornar a base de dados aplicável ao roteiro de resolução proposto por Palacios-Huerta (2003). De qualquer modo, o fato de selecionar as doze seleções de maior valor de mercado acrescentou um valor subjetivo à nossa amostra, uma vez que se está analisando os melhores jogadores de cada país, cada um, mesmo os mais jovens, munidos de elevada experiência e domínio sobre o jogo disputado. É importante frisar que todas as cobranças de pênalti inclusas na base ocorreram em situações decisivas, ou como é chamado popularmente: em fase de “mata-mata”³⁰. Os jogadores, portanto, estavam plenamente conscientes e motivados a obter sucesso em cada cobrança, pois, caso a cobrança fosse desperdiçada, muito se perderia, tanto financeiramente como em reputação individual e coletiva. A tabela completa dos jogos analisados se encontra no Anexo A desse trabalho.

Os *payoffs* dos jogadores correspondem a frequência de sucesso em cada cesta de estratégia e serão analisados por meio de duas abordagens: a abordagem individual e a abordagem alternativa por grupos, onde não se utilizou mais jogador por jogador, mas apenas dois grupos, goleiros e cobradores. A primeira abordagem é executada filtrando-se os cobradores e os goleiros com maior número de observações e aplicando individualmente três testes em sequência: o Qui-Quadrado, o Kolmogorov-Smirnov e ao teste de *Run*³¹; já a abordagem alternativa, que foi utilizada com o intuito de contornar a

³⁰ Competição em que a equipe, para passar para a fase seguinte, faz jogos de ida e volta com um adversário e aquela que obtiver menor número de pontos, será automaticamente desclassificada. (QUEIROZ, 2005, p. 621)

³¹ A exposição teórica dos testes estatísticos foi baseada em GIBBONS, Robert; CHAKRABORTI, Subhabrata. **Nonparametric Statistical Inference**. Marcel Dekker, New York, 2003 e Richardson, Alice. (2010). **Nonparametric Statistics for Non-Statisticians: A Step-by-Step Approach by Gregory W. Corder**, Dale I. Foreman. International Statistical Review.

baixa amostragem individual da base de dados, realizou-se o teste de Qui-Quadrado e o teste de *Runs*.

O teste de Qui-Quadrado, em ambas abordagens, tem como objetivo verificar se uma amostra de n observações pertence a uma população desconhecida, medindo-se a distância entre a frequência observada e a esperada dos dados. A fórmula tradicional sugerida em Pearson (1900) consiste na soma do quadrado dos desvios entre essas frequências, normalizada pela frequência esperada. No entanto, no presente trabalho, será utilizada a fórmula abaixo, também utilizada por Palacios-Huerta (2003), uma variação do tradicional teste de Pearson.

$$P^i = \sum_{j \in \{L, R\}} \frac{(N_{jS}^i - n_j^i p^i)^2}{n_j^i p^i} + \frac{(N_{jF}^i - n_j^i (1-p^i))^2}{n_j^i (1-p^i)} \quad (16)$$

Nessa equação, p_j^i representa a probabilidade do jogador i obter sucesso quando escolhe a estratégia $j \in \{L, R\}$, n_j^i o número de vezes em que o jogador i escolheu j , N_{jS}^i e N_{jF}^i o número de vezes em que o Cobrador e o Goleiro foram bem-sucedidos ou malsucedidos, respectivamente, quando escolheram a estratégia j . Sob a hipótese nula $p_L^i = p_R^i = p^i$, a probabilidade p^i é desconhecida e estimada com máxima verossimilhança através de $\frac{N_{LS}^i + N_{RS}^i}{n_L^i + n_R^i}$ com distribuição assintótica X^2 com 1 grau de liberdade.

Sob p-valores gerados no teste de Qui-Quadrado individual (abordagem individual), aplicou-se o teste de Kolmogorov-Smirnov para verificar se de fato estavam normalmente distribuídos, usando como nível de significância 5%. Para atribuir robustez ao trabalho, a investigação acerca da aleatoriedade dos dados foi executada por meio do teste de *runs*.

Uma *run* é definida como uma sucessão de um ou mais tipos de símbolos em sequência. Segundo Gibbons e Chakraborti (1992), utilizando o número exato da média

e da variância do número de *runs* com uma correção contínua de 0,5, são encontrados os valores críticos do teste, como mostra a fórmula³² abaixo:

$$\frac{r^i - 0,5 - 2\left(\frac{n_L^i n_R^i}{n^i}\right)}{\sqrt{2n_L^i n_R^i ((2n_L^i n_R^i - n)(n^i)^2 (n^i - 1))}} \leq -z_\alpha \text{ o limite esquerdo} \quad (17)$$

$$\frac{r^i - 0,5 - 2\left(\frac{n_L^i n_R^i}{n^i}\right)}{\sqrt{2n_L^i n_R^i ((2n_L^i n_R^i - n)(n^i)^2 (n^i - 1))}} \geq z_\alpha \text{ o limite direito} \quad (18)$$

Considera-se r^i a representação do número de *runs* do jogador i e $s^i = \{s_1^i, s_2^i, \dots, s_{n^i}^i\}$ a sequência de estratégias escolhidas pelo jogador i , com $s_x^i \in \{L, R\}, x \in [1, n^i], n^i = n_L^i + n_R^i$. O teste será aplicado sob as escolhas individuais (se escolheram direita ou esquerda, no caso dos goleiros, e “natural” e “não-natural”, no caso dos cobradores). A seguir, serão apresentadas as estatísticas descritivas da base de dados utilizada e os resultados obtidos nos testes estatísticos. O passo a passo usado foi: (i) análise das combinações estratégicas dos jogadores; (ii) cálculo da frequência das estratégias “lado natural” e “lado não-natural” para goleiros e cobradores; (iii) cálculo das taxas de sucesso em cada uma das combinações estratégicas; (iv) teste qui-quadrado para verificar a independência dos dados; (v) teste de Kolmogorov-Smirnov nos p-valores do teste de Qui-quadrado para verificação de normalidade; (vi) teste de *runs* para verificar a aleatoriedade nas escolhas dos cobradores e goleiros.

3.1 Estatística Descritiva

Na Tabela 11, estão as taxas de sucesso e as proporções relativas em cada uma das combinações estratégicas disponíveis ao chutador e ao goleiro. Designa-se a

³² No item 3.2.2, que corresponde a abordagem alternativa, foi utilizada a fórmula mais tradicional apresentada por Bradley (1968) para o teste de *runs*: $\bar{R} = \frac{2n_1 n_2}{n_1 + n_2} + 1$ corresponde ao número e *runs* esperada e $s_R^2 = \frac{2n_1 n_2 (2n_1 n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)^2 (n_1 + n_2 - 1)}$ à variância do número de *runs* e para regra de aceitação da hipótese nula $|Z| > Z_{1-\alpha/2}$, onde $Z_{calculado} = \frac{R - \bar{R}}{s_R}$.

primeira letra das siglas (LL, LC, LR, etc.) à escolha do chutador e a segunda à escolha do goleiro. A sigla LR, por exemplo, representa a escolha da esquerda para o chute por parte do cobrador e da direita para o pulo por parte do goleiro.

Tabela 11 – Proporções relativas das estratégias e as taxas de sucesso dos cobradores nas cobranças.

		Geral								
	#Obs.	LL	LC	LR	CL	CC	CR	RL	RC	RR
Frequencia	346	27,74%	1,73%	19,65%	6,64%	1,44%	4,62%	18,20%	2,60%	17,34%
Taxa de sucesso	71%	62,50%	83,33%	83,82%	82,60%	0,00%	81,25%	88,88%	88,88%	46,66%

		Cobradores Canhotos								
	#Obs.	LL	LC	LR	CL	CC	CR	RL	RC	RR
Frequencia	58	10,34%	1,72%	22,41%	6,89%	0,00%	10,34%	27,58%	3,44%	17,24%
Taxa de sucesso	11%	33,33%	100,00%	84,61%	75,00%	0,00%	83,33%	68,75%	50,00%	40,00%

		Cobradores Destros								
	#Obs.	LL	LC	LR	CL	CC	CR	RL	RC	RR
Frequencia	288	31,25%	2,70%	19,09%	6,59%	1,73%	3,47%	16,31%	2,43%	17,36%
Taxa de sucesso	60%	64,44%	100,00%	80,00%	84,21%	0,00%	80,00%	95,74%	100,00%	48,00%

Fonte: Elaboração Própria.

As combinações escolhidas com maior frequência são LL (27,74%), LR (19,65%), RL (18,20%) e RR (17,34%). Nota-se a baixa ocorrência do centro nas escolhas dos jogadores, tanto por parte do chutador como do goleiro, e a preferência dos chutadores canhotos pela estratégia RL (27,58% das vezes) enquanto chutadores destros preferem, respectivamente, LL (31,25%) e LR (19,09%). Essa informação nos remete à constatação de Palacios-Huerta (2003) acerca dos chutadores efetuarem, frequentemente, cobranças em direção contrária à perna dominante³³, o que servirá de base para, a partir daqui, tratar não mais de esquerda e direita como opções de estratégia do chutador, mas sim “lado natural” e “lado não-natural”, assim como considerar a estratégia centro como “lado natural”.

A Tabela 12 apresenta as frequências gerais de escolha das estratégias “lado não natural” (k_L) ou “lado natural” ($1 - k_L$) pelos chutadores e “natural” ($1 - g_L$) ou “não natural” (g_L) pelos goleiros.

³³ Para melhor entendimento, ler nota explicativa 12 de Palacios-Huerta (2003).

Tabela 12 – Frequências observadas nas estratégias disponíveis aos cobradores (k) e goleiros (g) e as frequências previstas teoricamente

Frequência(*)	g_L	$1 - g_L$	k_L	$1 - k_L$
1. Previstas por Nash	41,99	58,01	38,54	61,46
2. Previstas por Palacios-Huerta	42,31	57,69	39,98	60,02
3. Calculada	40,63	59,37	35,73	64,27

(*) Informações das linhas 1 e 2 foram retiradas de Palacios-Huerta (2003)

Fonte: Elaboração Própria.

Em relação ao experimento de Palacios-Huerta (2003), a diferença no “lado não natural” foi de 4,25 p.p para os chutadores e 1,68 p.p para goleiros. Já em relação ao previsto por Nash, também no “lado não-natural”, a diferença foi de 2,81 p.p para os chutadores e 1,36 p.p para os goleiros.

A probabilidade encontrada, de sucesso do chutador ao escolher o “lado natural”, é de 45,09% e “lado não natural” de 26,01%, enquanto a do goleiro, ao escolher “não natural”, é de 13,58% e “natural” é de 15,32%.

Os *payoffs* da interação entre o goleiro e o chutador estão apresentados na tabela 13, lembrando que se trata de um jogo de soma zero e, portanto, os *payoffs* visíveis na tabela 9 é do jogador linha, uma vez que $(\pi_{LL}, 1 - \pi_{LL})$, por exemplo. O equilíbrio encontrado é um ponto de sela e corresponde a estratégia (k_L, g_L) , cujos *payoffs* são (76,79% , 23,24%).

Tabela 13 – *Payoffs* Calculados

Cobrador	Goleiro			
		g_L	$1 - g_L$	Min Linhas
	k_L	<u>76,79</u>	77,94	76,79%
	$1 - k_L$	62,35	69,34	62,35%
	Max Colunas	76,79%	77,94%	

Fonte: Elaboração Própria.

A existência de um ponto de sela afirma que não há sentido para qualquer jogador desviar unilateralmente, se o outro se mantiver no ponto de sela. A seguir, serão expostos os resultados dos testes estatísticos que munirá esse trabalho de ferramentas de validação do equilíbrio ou não.³⁴

3.2 Testes Estatísticos

Neste tópico, os testes serão tratados por duas abordagens diferentes: a abordagem individual e a alternativa por grupos. Antes de prosseguir, deixo expostas as hipóteses testadas tanto para o teste de Qui-Quadrado, de Kolmogorov-Smirnov e no teste de *runs*. É importante frisar que, no caso do teste de Qui-Quadrado, a hipótese desejada para a validação do equilíbrio em jogos estratégicos é a hipótese alternativa.

Teste de Qui-Quadrado:	<div> <div>H0: As chances de vitória dos goleiros e dos cobradores estão associadas</div> <div>H1: As chances de vitória dos goleiros e dos cobradores não estão associadas</div> </div>
Teste de KS:	<div> <div>H0: Os dados seguem uma distribuição normal</div> <div>H1: Os dados não seguem uma distribuição normal</div> </div>
Teste de <i>Runs</i> :	<div> <div>H0: Goleiros e cobradores tomam suas decisões aleatoriamente.</div> <div>H1: Goleiros e cobradores não tomam suas decisões aleatoriamente.</div> </div>

³⁴ Lembrando que a comprovação se dá pela ocorrência de dois eventos: (i) as probabilidades de vitória são estatisticamente iguais entre todas as estratégias disponíveis e (ii) as escolhas dos jogadores são independentes e geradas por um processo randômico.

Nos tópicos a seguir, serão apresentados os resultados da abordagem individual e alternativa por grupos. Para ambas as abordagens, a execução dos testes se deu por meio dos *softwares*, o R (*The R Project for Statistical Computing*) e o *Microsoft Excel*.

3.2.1 Abordagem Individual

Os resultados do teste de Qui-Quadrado individual estão na tabela 10, contendo também a distribuição das escolhas dos jogadores e suas taxas de sucesso em cada uma delas. Poucas observações não rejeitaram a hipótese nula, apenas três goleiros (dois a 5% e um a 10% de significância). Nos demais, os p-valores associados foram superiores a 5% e 10%, indicando que a hipótese verdadeira é a hipótese alternativa.

Tabela 14 – Teste de Pearson para Igualdade nas Probabilidades

		#Obs.	Distribuição		Taxa de Sucesso		Estatística de Pearson	p-valor
			L	R	L	R		
g	Casillas	20	0,40	0,60	0,10	0,15	6,000	0,112
g	Bravo	15	0,33	0,67	0,20	0,40	2,333	0,506
	Todos os Goleiros	94	0,37	0,62	0,31	0,32		
c	Lionel Messi	5	0,40	0,60	0,40	0,40	2,200	0,532
c	Charles Aranguiz	4	0,75	0,25	0,75	0,25	6,000	0,112
	Todos os Cobradores	34	0,41	0,58	0,92	0,75		

* Indica rejeição a 5% e ** rejeição a 10%

g - Goleiro

c - Cobrador

Fonte: Elaboração Própria.

Apesar do teste de Qui-Quadrado individual ser positivo, o baixo volume de observações entre os jogadores torna o teste inconclusivo e a estatística viesada, pois segundo Morettin e Bussab (2006, p. 410) é importante que haja uma frequência mínima de 5 caselas³⁵. Dando continuidade ao processo de resolução, foi utilizado o teste de KS para complementar os resultados obtidos no teste de Qui-quadrado. Os resultados estão

³⁵ Nome dado na estatística para os dados de tabelas de contingência. (ASSIS, J.P., SOUSA, R.P., DIAS C.T.S. **Glossário de Estatística**. Edufersa, 2019).

apresentados no Painel B da Tabela 15, juntamente com os resultados do teste de Qui-Quadrado.

Tabela 15 – Painel Comparativo para Testes Agregados

Teste de Igualdade nas Probabilidades							
Painel A: Teste de Pearson							
Teste para verificar a igualdade nas probabilidades de sucesso entre as estratégias de cada jogador.							
Estatística		p-valor					
de	Graus de						
Pearson	Liberdade						
Todos os Jogadores	24,165	22	1,0000				
Todos os Cobradores	6,375	10	1,0000				
Todos os Goleiros	17,790	12	0,9996				
Painel B: Teste de Kolmogorov-Smirnov							
Teste para verificar a normalidade dos p-valores obtidos nos testes de Pearson individuais.							
Estatística		p-valor					
de KS							
Todos os Jogadores	0,36364	0,1090					
Todos os Cobradores	0,50000	0,1641					
Todos os Goleiros	0,33333	0,5176					
Painel C: Teste de Runs							
Teste para verificar a aleatoriedade das escolhas dos jogadores							
Observações							
	L	R	Total	Runs	p-valor	Estatística	
g Buffon	11	23	34	17	0,6551	0,00002	
g Romero	8	17	25	10	0,3744	-0,0001	

Nota: Buffon | Valor Crítico bicaudal ($|Z|$) = 3,42
Romero | Valor Crítico bicaudal ($|Z|$) = 1,68

Fonte: Elaboração Própria

Para fins de comparabilidade com o trabalho de Palacios-Huerta (2003), o Painel A, da Tabela 15, contém os resultados divididos em subgrupos. A estatística de Pearson encontrada pelo autor foi de 43,944, com 42 graus de liberdade, e p-valor associado de 0,389, enquanto no presente trabalho foi de 24,165, 22 graus de liberdade e um p-valor associado de 1,0000. No Painel B, da Tabela 10, é apresentado o resultado do teste de KS sobre os p-valores obtidos nos testes de Qui-quadrados individuais e no Painel C o teste de *runs*. A estatística do teste de KS ficou em linha com o encontrado por Palacios-Huerta (2003) com p-valores satisfatórios e dentro da regra de decisão para o aceite da hipótese nula.

Foi encontrado problema também no teste de *runs* sendo possível sua aplicação apenas em dois goleiros (Buffon e Romero), pela baixa amostragem individual de todos os jogadores submetidos ao teste.

Para sanar os problemas de execução dos testes individuais, os dados foram ajustados de forma agregada, trabalhando apenas com duas categorias, os goleiros e os cobradores e não mais com cada jogador individualmente. Os resultados dessa abordagem estão apresentados no tópico a seguir.

3.2.2 Abordagem Alternativa por Grupos

Os resultados do teste de Qui-quadrado pela abordagem alternativa estão expostos na tabela 16 e tiveram resultados com maior poder de conclusão.

Tabela 16 – Teste de Qui-Quadrado Alternativo

Observado					
	<i>Nao Natural_Missed</i>	<i>Nao Natural_Scored</i>	<i>Natural_Missed</i>	<i>Natural_Scored</i>	<i>Total</i>
Goleiro	47	94	53	152	346
Cobrador	34	90	66	156	346
<hr/>					
Esperado					
	<i>Nao Natural_Missed</i>	<i>Nao Natural_Scored</i>	<i>Natural_Missed</i>	<i>Natural_Scored</i>	<i>Total</i>
Goleiro	40,751	100,249	59,249	145,751	346
Cobrador	35,838	88,162	64,162	157,838	346
<hr/>					
Resultado dos Testes					
	<i>Estatística</i>	<i>p-valor</i>			
Goleiro	2,274	0,517			
Cobrador	0,207	0,977			
Agregado	2,481	0,479			
Valor Crítico (5%)	3,841				
Valor Crítico (10%)	2,706				

Fonte: Elaboração Própria

No teste de Qui-quadrado alternativo, rejeitou-se a hipótese nula de que Goleiros e Cobradores tomam suas decisões de forma associada, com 90% e 95% de confiança estatística, uma vez que os p-valores associados aos goleiros, aos cobradores e no conjunto deles (Agregado) foram superiores a 5% e 10%. Conforme citado anteriormente, em situações de equilíbrio em jogos estratégicos, as decisões devem ser independentes e não associadas; portanto, nossa hipótese alternativa é a hipótese desejada. Sendo

assim, pode-se afirmar que as decisões dos goleiros e dos cobradores foram tomadas de forma independente.

Com a intenção de dar maior robustez, foi rodado um novo teste de *runs* utilizando todas as observações para os dois grupos.

Tabela 17 – Teste de Runs Alternativo

Cobrador		Goleiro	
R	160	R	172
n0	141	n0	124
n1	205	n1	222
n	346	n	346
E [R]	168,08	E [R]	160,12
Var [R]	80,43	Var [R]	72,93
std [R]	8,97	std [R]	8,54
Z	0,9010	Z	1,3910
p-valor	0,2658	p-valor	0,1516
Valor Crítico	1,96	Valor Crítico	1,96
Alfa	5%	Alfa	5%

Fonte: Elaboração Própria

No teste, foram encontradas 160 ocorrências de *runs*, com uma média de 168,08 *runs* entre os cobradores e 160,12 entre os goleiros, o desvio padrão dos cobradores foi de 8,97 e dos goleiros de 8,54. O valor de Z calculado foi equivalente, em módulo, a 0,9010 com um valor crítico bicaudal de 1,96 a 5% de confiança estatística e um p-valor associado de 0,2658, indicando para a rejeição da hipótese nula. Traduzindo o resultado, através da aceitação de H1 há indícios de não aleatoriedade nas escolhas dos jogadores.

No capítulo posterior, serão tecidos alguns comentários sobre esses resultados encontrados e os possíveis motivos que levaram ao baixo poder explicativo dos testes na abordagem individual.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Pôde-se, através do experimento proposto extrair algumas informações relevantes acerca do comportamento dos jogadores de futebol em cobranças de pênalti, assim como elucidar o comportamento de qualquer outro agente econômico, visto que interação entre

goleiros e cobradores pode retratar o mesmo processo decisório de duas empresas, governos ou pessoas.

Os resultados encontrados remeteram à conclusão de Palacios-Huerta (2003), de que o “jogo do pênalti” é a primeira situação competitiva real onde o equilíbrio teórico é comprovado na prática. Contudo, é inegável que o trabalho aqui executado apresentou problemas amostrais para a realização da abordagem individual, cujo roteiro é de fato o proposto pelo autor supracitado. Relaciono essa limitação do trabalho à “vacina de Oxford”³⁶. Um caso em que, após a coleta dos dados, a execução dos testes e a liberação para o teste em voluntários, surgiram suspeitas de reações adversas decorrente da baixa amostragem dos pesquisadores naquele momento³⁷.

A base de dados coletada deste trabalho contou com 346 cobranças de pênalti, porém, para cada partida analisada, o padrão de cinco cobradores diferentes a cada dois goleiros tornou a base de dados curta entre os chutadores para os testes individuais, visto que o fator preponderante para o sucesso desses testes é a análise repetida de cada um dos jogadores. Quantitativamente, essa diferença pôde ser vista na Tabela 12, pelo maior distanciamento das frequências calculadas dos cobradores do que a dos goleiros em relação às previstas por Nash e Palacios-Huerta.

Ainda sim, os resultados permitiram a obtenção de informações valiosas acerca do comportamento dos jogadores em cobranças de pênalti. A primeira delas é a tendência dos cobradores e goleiros em escolher o “lado natural” na maioria das vezes: um cobrador destro escolhe em 64,27% das vezes a sua esquerda para a cobrança e o goleiro pula em 59,37% das vezes para o “lado natural” do cobrador. A segunda, e ainda mais importante, é o fato da existência de um ponto de sela, ou como é também conhecida, uma solução estável na interação entre goleiros e cobradores. Isso porque a existência de um ponto de sela confirma que, apesar de uma preferência pelo “lado

³⁶ Para saber mais sobre a “vacina de Oxford” visitar: <http://coronavirus.butantan.gov.br/pesquisa-e-desenvolvimento-de-vacinas-e-tratamentos>

³⁷ Reportagem está em: <https://www.correiobraziliense.com.br/ciencia-e-saude/2020/09/4874067-producao-de-vacina-da-astrazeneca-contr-o-novo-coronavirus-e-pausado.html>.

natural” por parte dos jogadores, a melhor estratégia possível para eles é randomizar suas escolhas.

Através dos testes estatísticos, principalmente através da abordagem alternativa por grupos, os resultados satisfatórios no teste Qui-Quadrado Alternativo por grupos: (i) o valor do teste Qui-quadrado de 2,481 foi substancialmente baixo e inferior aos valores tabelado a 5% e 10%, evidenciando a não associação das escolhas dos cobradores com a dos goleiros; entretanto, o p-valor do teste de *runs* foi um ponto de atenção para a pesquisa, sendo um ponto de atenção para confirmar a aleatoriedade nas escolhas dos jogadores.

O tema tratado nesse trabalho é um campo fértil e de grande potencial para pesquisas acadêmicas. Creio que, devido ao engajamento do Brasil no futebol, as pesquisas desenvolvidas podem ganhar notoriedade no cenário acadêmico e desportivo brasileiro.

Como contribuição às futuras pesquisas, sugiro o uso de *machine learning* na coleta dos dados ou o estabelecimento de relações institucionais diretas entre universidades, clubes esportivos e empresas de *scouting* para obtenção de melhores resultado.

REFERÊNCIAS

ASSIS, J.P., SOUSA, R.P., DIAS C.T.S. **Glossário de Estatística**. Edufersa, 2019

BACKUS, David; DRIFFILL, John. **Inflation and reputation**. American Economic Review, v. 75, n. 3, p. 530-538, 1985

BRADLEY, J. V. **Distribution-Free Statistical Tests**, Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall, 1968.

BROWN, JAMES N; ROSENTHAL, Robert W. **Testing the Minimax Hypothesis: A Reexamination of O'Neill's Game Experiment**. Econométrica, 1990.

BISCAN'S, Boots. Financial Times reports describes LFC as 'world leaders' in key aspects of modern football. **Empire of Kop**. Londres. 03 de março de 2019. Disponível em: <https://www.empireofthekop.com/2019/03/03/financial-times-report-describes-lfc-as-world-leaders-in-key-aspect-of-modern-football/>.

CARVALHO, T.M. **A teoria dos Jogos e sua aplicação à Economia**. Revista Brasileira de Economia, v.11, n.2 (1957)

CARL KAYSER, **A revolution in Economic Theory**, The review of economic studies, 1947

CHIAPPORRI, P.A; LEVITT, S; GROSECLOSE T. **Testing mixed-strategy equilibria when players are heterogeneous: The case of penalty kicks in soccer**. American Economic Review, 1992.

CHIAPPORI, Pierre-André, and Steven D. Levitt. 2003. "An Examination of the Influence of Theory and Individual Theorists on Empirical Research in Microeconomics." *American Economic Review*, 93 (2): 151-155.

FIANI, R. **Teoria dos jogos: para cursos de administração e economia**. 4. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2004

FIGUEIREDO, R. **Teoria dos jogos: conceitos, formalização matemática e aplicação à distribuição de custo conjunto**. Gest. Prod., São Carlos, 1994.

GAME Theory in Practice. **The Economist**. Londres. 03 de setembro de 2011. Disponível em: <https://www.economist.com/technology-quarterly/2011/09/03/game-theory-in-practice>

GIBBONS, Robert. **Game theory for applied economists**. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1992.

GIBBONS, Robert; CHAKRABORTI, Subhabrata. **Nonparametric Statistical Inference**. Marcel Dekker, New York, 2003.

HSU, SHIH-HSUN; HUANG, CHEN-YING; TANG, CHENG-TAO. **Minimax Play at Wimbledon: Comment**. The American Economic Review, 2007.

IGNACIO Palacios-Huerta, **Professionals Play Minimax**, *The Review of Economic Studies*, Volume 70, 2003.

LEVITT, Steven; LIST, John. **Field experiment in economics: The past, the present and the future**, European Economic Review, n. 53, 2009, p. 1-18.

NATE, Silver. **O Sinal e o Ruído: porque tantas previsões falham e outras não**. Rio de Janeiro: Intrínseca, 2013.

NICHOLSON, W., SNYDER, C. **Microeconomic Theory: Basic Principles and Extensions**. 11ª, Ohio: South-Western/Cengage Learning, 2012.

O'NEILL, B. **Nonmetric Test of the Minimax Theory of Two-person Zerosum Games**. Proceedings of the National Academy of Sciences, U.S.A, 1987.

OSBORNE, J.; RUBINSTEIN. A. **A course in Game Theory**. Cambridge: The MIT Press, 1994.

QUEIROZ, J. M. **Vocabulário do Futebol na Mídia Impressa: O glossário da bola**. Tese Doutorado em Letras, Universidade Estadual Paulista, 2005.

PALACIOS-HUERTA, I. **Professionals Play Minimax**. Mimeo, Departament of Economics, Brown University, 2002.

PALACIOS-HUERTA. **Beautiful Game Theory: How Soccer Can Help Economics**. Princeton University Press, Princeton, NJ, 2014.

PEARSON, K. **On the criterion that a given system of deviations from the probable in the case of a correlated system of variables is such that it can be reasonably supposed to have arisen from random sampling**, Philosophical Magazine, 1900.

RICHARDSON, A. **Nonparametric Statistics for Non-Statisticians: A Step-by-Step Approach by Gregory W. Corder**. Foreman. International Statistical Review. 78, 2010

SARTINI, B. A., et al. **Uma Introdução a Teoria dos Jogos**. - Disponível em: <https://www.ime.usp.br/~rvicente/IntroTeoriaDosJogos.pdf> Acesso em: 03 mar 2020

SANTOS, J. **A teoria da probabilidade e a teoria dos jogos em uma abordagem para o ensino médio**. Tese (Mestrado em matemática aplicada) – Centro de Ciências Exatas e da Terra. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, p.8. 2016)

MATTHIAS SEIDEL (CEO). **Transfermarkt**, 2020. Mercado de transferências, rumores, valores de mercado e competições. Disponível em <https://www.transfermarkt.com.br/>.

GIANNI INFANTINO (Presidente). **FIFA**, 2020. Federação Internacional de Futebol. Disponível em: <https://www.fifa.com/>.

VON NEUMANN, J., & MORGENSTERN, O. **Theory of games and economic behavior**. Princeton University Press, 1944.

WAGENNAR, W.A. **Generation of Random Sequences by Human Subjects: A Critical Survey of Literature**. Psychological Bulletin, 1972.

WALKER, M., WOODERS, J. **Minimax play at Wimbledon**. Department of Economics, University of Arizona, 1998.

WALKER, M., WOODERS, J. **Minimax play at Wimbledon**. American Economic Review, 2001.

WILES J. **Mixed Strategy Equilibrium in Tennis Serves**. Trinity College of Duke University, 2006.

ANEXO A – TABELA DE CONFRONTOS

Tabela 18 – Confrontos e Informações Coletadas na Amostra

Round	Year	Player	Goalkeeper	Team	Scored	Final.Result	Foot	Kick_Direction	Keeper_Direction
Quartas	2002	Seon-hong Hwang	Casillas	Korea	Scored	3_5	R	R	R
Quartas	2002	Fernando Hierro	Lee	Spain	Scored	3_5	R	L	R
Quartas	2002	Ji-sung Park	Casillas	Korea	Scored	3_5	R	R	C
Quartas	2002	Ruben Baraja	Lee	Spain	Scored	3_5	R	L	R
Quartas	2002	Ki-hyeon Seol	Casillas	Korea	Scored	3_5	R	R	L
Quartas	2002	Xavi	Lee	Spain	Scored	3_5	R	R	L
Quartas	2002	Jeong-hwan Ahn	Casillas	Korea	Scored	3_5	R	C	L
Quartas	2002	Joaquin	Lee	Spain	Missed	3_5	R	R	R
Quartas	2002	Myung-bo Hong	Casillas	Korea	Scored	3_5	R	R	L
Quartas	2008	David Villa	Buffon	Spain	Scored	4_2	R	R	L
Quartas	2008	Fabio Grosso	Casillas	Italy	Scored	4_2	L	L	L
Quartas	2008	Santi Cazorla	Buffon	Spain	Scored	4_2	R	L	R
Quartas	2008	Daniele De Rossi	Casillas	Italy	Missed	4_2	R	L	L
Quartas	2008	Marcos Senna Mauro	Buffon	Spain	Scored	4_2	R	C	L
Quartas	2008	Camoranesi	Casillas	Italy	Scored	4_2	R	R	R
Quartas	2008	Dani Guiza Antonio Di Natale	Buffon	Spain	Missed	4_2	R	R	R
Quartas	2008	Cesc Fabregas	Buffon	Spain	Scored	4_2	R	R	L
Semi	2012	Xabi Alonse	Patricio	Spain	Missed	2_4	R	R	R
Semi	2012	Joao Moutinho	Casillas	Portugal	Missed	2_4	R	L	L
Semi	2012	Andres Iniesta	Patricio	Spain	Scored	2_4	R	R	L
Semi	2012	Pepe	Casillas	Portugal	Scored	2_4	R	L	L
Semi	2012	Gerard Pique	Patricio	Spain	Scored	2_4	R	L	L
Semi	2012	Nani	Casillas	Portugal	Scored	2_4	R	L	R
Semi	2012	Sergio Ramos	Patricio	Spain	Scored	2_4	R	C	R
Semi	2012	Bruno Alves	Casillas	Portugal	Missed	2_4	R	R	R
Semi	2012	Cesc Fabregas Antonio	Patricio	Spain	Scored	2_4	R	L	L
Semi	2013	Candрева	Casillas	Italy	Scored	7_6	R	C	R
Semi	2013	Xavi	Buffon	Spain	Scored	7_6	R	R	L
Semi	2013	Alberto Aquilani	Casillas	Italy	Scored	7_6	R	L	L
Semi	2013	Andres Iniesta	Buffon	Spain	Scored	7_6	R	R	R
Semi	2013	Daniele De Rossi	Casillas	Italy	Scored	7_6	R	L	R
Semi	2013	Gerard Pique	Buffon	Spain	Scored	7_6	R	L	R

Semi	2013	Sebastian Giovinco	Casillas	Italy	Scored	7_6	R	L	C
Semi	2013	Sergio Ramos	Buffon	Spain	Scored	7_6	R	L	L
Semi	2013	Andrea Pirlo	Casillas	Italy	Scored	7_6	R	L	C
Semi	2013	Juan Mata	Buffon	Spain	Scored	7_6	L	L	R
Semi	2013	Riccardo Montolivo	Casillas	Italy	Scored	7_6	R	L	R
Semi	2013	Sergio Busquets	Buffon	Spain	Scored	7_6	R	R	L
Semi	2013	Leonardo Bonucci	Casillas	Italy	Missed	7_6	R	C	R
Semi	2013	Jesús Navas	Buffon	Spain	Scored	7_6	R	L	L
Rodada	2013	Andres Iniesta	Akinfee	Spain	Scored	4_5	R	R	L
Rodada	2013	Fedor Smolov	De Gea	Russia	Scored	4_5	R	L	L
Rodada	2013	Gerard Pique	Akinfee	Spain	Scored	4_5	R	L	R
Rodada	2013	Sergey Ignashevich	De Gea	Russia	Scored	4_5	R	R	L
Rodada	2013	Koke	Akinfee	Spain	Missed	4_5	R	L	L
Rodada	2013	Aleksandr Golovin	De Gea	Russia	Scored	4_5	R	R	R
Rodada	2013	Sergio Ramos	Akinfee	Spain	Scored	4_5	R	L	R
Rodada	2013	Denis Cheryshev	De Gea	Russia	Scored	4_5	R	C	L
Rodada	2013	Iago Aspas	Akinfee	Spain	Missed	4_5	L	L	L
Quartas	2012	Mario Balotelli	Hart	Italy	Scored	2_4	R	L	L
Quartas	2012	Steven Gerrard	Buffon	England	Scored	2_4	R	L	L
Quartas	2012	Riccardo Montolivo	Hart	Italy	Missed	2_4	R	L	L
Quartas	2012	Wayne Rooney	Buffon	England	Scored	2_4	R	L	R
Quartas	2012	Andrea Pirlo	Hart	Italy	Scored	2_4	R	C	L
Quartas	2012	Ashley Young	Buffon	England	Missed	2_4	R	L	R
Quartas	2012	Antonio Nocerino	Hart	Italy	Scored	2_4	R	L	R
Quartas	2012	Ashley Cole	Buffon	England	Missed	2_4	L	R	R
Quartas	2012	Alessandro Diamanti	Hart	Italy	Scored	2_4	L	L	R
Rodada	2018	Falcao Garcia	Pickford	Colombia	Scored	4_5	R	C	L
Rodada	2018	Harry Kane	Ospina	England	Scored	4_5	R	L	L
Rodada	2018	Juan Cuadrado	Pickford	Colombia	Scored	4_5	R	L	L
Rodada	2018	Marcus Rashford	Ospina	England	Scored	4_5	R	L	L
Rodada	2018	Luis Muriel	Pickford	Colombia	Scored	4_5	R	R	L
Rodada	2018	Jordan Henderson	Ospina	England	Missed	4_5	R	R	R
Rodada	2018	Mateus Uribe	Pickford	Colombia	Missed	4_5	R	R	R
Rodada	2018	Kieran Trippier	Ospina	England	Scored	4_5	R	L	L
Rodada	2018	Carlos Bacca	Pickford	Colombia	Missed	4_5	R	L	L
Rodada	2018	Eric Dier	Ospina	England	Scored	4_5	R	L	L
Terceiro Lugar	2019	Harry Maguire	Sommer	Switzerland	Scored	5_6	R	R	L

Terceiro Lugar	2019	Steven Zuber	Pickford	England	Scored	5_6	R	L	L
Terceiro Lugar	2019	Ross Barkley	Sommer	Switzerland	Scored	5_6	R	R	L
Terceiro Lugar	2019	Granit Xhaka	Pickford	England	Scored	5_6	L	L	R
Terceiro Lugar	2019	Jadon Sancho	Sommer	Switzerland	Scored	5_6	R	R	R
Terceiro Lugar	2019	Manuel Akanji	Pickford	England	Scored	5_6	R	R	R
Terceiro Lugar	2019	Raheem Sterling	Sommer	Switzerland	Scored	5_6	R	L	L
Terceiro Lugar	2019	Kevin Mbabu	Pickford	England	Scored	5_6	R	L	L
Terceiro Lugar	2019	Jordan Pickford	Sommer	Switzerland	Scored	5_6	L	R	L
Terceiro Lugar	2019	Fabian Schar	Pickford	England	Scored	5_6	R	L	C
Terceiro Lugar	2019	Eric Dier	Sommer	Switzerland	Scored	5_6	R	R	C
Terceiro Lugar	2019	Josip Drmic	Pickford	England	Missed	5_6	R	L	L
Final	2006	Andrea Pirlo	Barthez	Italy	Scored	6_4	R	C	L
Final	2006	Sylvain Wiltord	Buffon	France	Scored	6_4	R	R	L
Final	2006	Marco Materazzi	Barthez	Italy	Scored	6_4	L	R	R
Final	2006	Trézéguet	Buffon	France	Missed	6_4	R	L	R
Final	2006	Daniele De Rossi	Barthez	Italy	Scored	6_4	R	L	L
Final	2006	Eric Abidal	Buffon	France	Scored	6_4	L	L	R
Final	2006	Alessandro Del Piero	Barthez	Italy	Scored	6_4	R	L	R
Final	2006	Willy Sagnol	Buffon	France	Scored	6_4	R	R	L
Final	2006	Fabio Grosso	Barthez	Italy	Scored	6_4	L	R	L
Semi	2004	Darío Silva	Julio Cezar	Uruguai	Scored	4_6	R	R	R
Semi	2004	Luisão	Sebastian Viera	Brasil	Scored	4_6	R	R	L
Semi	2004	Sebastião Viera	Julio Cezar	Uruguai	Scored	4_6	R	L	L
Semi	2004	Luís Fabiano	Sebastian Viera	Brasil	Scored	4_6	R	R	L
Semi	2004	Adriano	Sebastian Viera	Brasil	Scored	4_6	L	R	L
Semi	2004	Omar Pouso	Julio Cezar	Uruguai	Scored	4_6	R	R	L
Semi	2004	Renato Vicente	Sebastian Viera	Brasil	Scored	4_6	R	C	L
Semi	2004	Sánchez	Julio Cezar	Uruguai	Missed	4_6	L	R	R
Semi	2004	Alex Sandro	Sebastian Viera	Brasil	Scored	4_6	L	R	L
Final	2004	D'Alessandro	Julio Cezar	Argentina	Missed	4_6	L	L	L
Final	2004	Adriano	Sebastian Viera	Brasil	Scored	4_6	L	L	C
Final	2004	Gabriel Heinze	Julio Cezar	Argentina	Missed	4_6	L	R	C
Final	2004	Edgardo Gaspar	Sebastian Viera	Brasil	Scored	4_6	L	R	L
Final	2004	Kily González	Julio Cezar	Argentina	Scored	4_6	L	R	C
Final	2004	Diego	Sebastian Viera	Brasil	Scored	4_6	R	L	L

Final	2004	Juan Pablo Sorín	Julio Cezar	Argentina	Scored	4_6	L	C	L
Final	2004	Juan	Sebastian Viera	Brasil	Scored	4_6	R	R	L
Semi	2007	Robinho	Carini	Brasil	Scored	6_7	R	L	R
Semi	2007	Diego Forlan	Doni	Uruguai	Missed	6_7	R	C	C
Semi	2007	Juan	Carini	Brasil	Scored	6_7	R	R	R
Semi	2007	Andres Scotti	Doni	Uruguai	Scored	6_7	R	R	L
Semi	2007	Gilberto Silva	Carini	Brasil	Scored	6_7	R	R	L
Semi	2007	Ignacio Gonzalez	Doni	Uruguai	Scored	6_7	R	R	L
Semi	2007	Afonso Alves	Carini	Brasil	Missed	6_7	R	L	L
Semi	2007	Cristian Rodriguez	Doni	Uruguai	Scored	6_7	L	C	R
Semi	2007	Diego	Carini	Brasil	Scored	6_7	R	L	R
Semi	2007	Sebastian Abreu	Doni	Uruguai	Scored	6_7	L	C	L
Semi	2007	Fernando	Carini	Brasil	Missed	6_7	R	L	L
Semi	2007	Pablo Garcia	Doni	Uruguai	Missed	6_7	L	R	R
Semi	2007	Gilberto	Carini	Brasil	Scored	6_7	L	R	R
Semi	2007	Diego Lugano	Doni	Uruguai	Missed	6_7	R	C	C
Quartas	2011	Elano	Justo Villar	Brasil	Missed	0_2	R	L	L
Quartas	2011	Edgar Barreto	Jefferson	Paraguay	Missed	0_2	R	L	L
Quartas	2011	Thiago Silva	Justo Villar	Brasil	Missed	0_2	R	R	R
Quartas	2011	Marcelo Estigarribia	Jefferson	Paraguay	Scored	0_2	L	C	R
Quartas	2011	Andre Santos	Justo Villar	Brasil	Missed	0_2	L	L	R
Quartas	2011	Cristian Riveros	Jefferson	Paraguay	Scored	0_2	R	C	R
Quartas	2011	Fred	Justo Villar	Brasil	Missed	0_2	R	L	L
Oitavas	2014	David Luiz	Bravo	Brasil	Scored	4_3	R	L	R
Oitavas	2014	Mauricio Pinilla	Jefferson	Chile	Missed	4_3	R	C	C
Oitavas	2014	Willian	Bravo	Brasil	Missed	4_3	R	L	R
Oitavas	2014	Alexis Sanchez	Jefferson	Chile	Missed	4_3	R	L	L
Oitavas	2014	Marcelo	Bravo	Brasil	Scored	4_3	L	L	L
Oitavas	2014	Charles Aranguiz	Jefferson	Chile	Scored	4_3	R	R	C
Oitavas	2014	Hulk	Bravo	Brasil	Missed	4_3	L	L	L
Oitavas	2014	Marcelo Diaz	Jefferson	Chile	Scored	4_3	R	C	R
Oitavas	2014	Neymar	Bravo	Brasil	Scored	4_3	R	L	R
Oitavas	2014	Gonzalo Jara	Jefferson	Chile	Missed	4_3	R	R	R
Quartas	2015	Fernandinho	Justo Villar	Brasil	Scored	4_5	R	L	L
Quartas	2015	Oswaldo Martinez	Jefferson	Paraguay	Scored	4_5	R	C	L
Quartas	2015	Everton Ribeiro	Justo Villar	Brasil	Missed	4_5	L	R	L
Quartas	2015	Victor Caceres	Jefferson	Paraguay	Scored	4_5	R	C	R
Quartas	2015	Miranda	Justo Villar	Brasil	Scored	4_5	R	R	L
Quartas	2015	Raul Bobadilla	Jefferson	Paraguay	Scored	4_5	R	L	L

Quartas	2015	Douglas Costa	Justo Villar	Brasil	Missed	4_5	L	C	L
Quartas	2015	Roque Santa Cruz	Jefferson	Paraguay	Missed	4_5	R	C	L
Quartas	2015	Phelippe Coutinho	Justo Villar	Brasil	Scored	4_5	R	L	R
Quartas	2015	Derlis Gonzales	Jefferson	Paraguay	Scored	4_5	R	R	L
Quartas	2019	Gustavo Gomez	Alisson	Paraguay	Missed	4_3	R	R	R
Quartas	2019	Willian	Fernandez	Brasil	Scored	4_3	R	R	L
Quartas	2019	Miguel Almiron	Alisson	Paraguay	Scored	4_3	L	L	R
Quartas	2019	Marquinhos	Fernandez	Brasil	Scored	4_3	R	R	R
Quartas	2019	Bruno Valdez	Alisson	Paraguay	Scored	4_3	R	L	L
Quartas	2019	Phelippe Coutinho	Fernandez	Brasil	Scored	4_3	R	L	L
Quartas	2019	Juan Rodrigo Rojas	Alisson	Paraguay	Scored	4_3	R	L	L
Quartas	2019	Roberto Firmino	Fernandez	Brasil	Missed	4_3	R	L	R
Quartas	2019	Derlis Gonzales	Alisson	Paraguay	Missed	4_3	R	L	R
Quartas	2019	Gabriel Jesus	Fernandez	Brasil	Scored	4_3	R	L	R
Quartas	2006	Oliver Neville	Abbondanzieri	Germany	Scored	5_3	R	R	R
Quartas	2006	Julio Cruz	Lehmann	Argentina	Scored	5_3	R	L	L
Quartas	2006	Michael Ballack	Abbondanzieri	Germany	Scored	5_3	R	L	R
Quartas	2006	Roberto Ayala	Lehmann	Argentina	Missed	5_3	R	R	R
Quartas	2006	Lukas Podolski	Abbondanzieri	Germany	Scored	5_3	L	R	L
Quartas	2006	Maxi Rodriguez	Lehmann	Argentina	Scored	5_3	R	L	L
Quartas	2006	Tim Borowski	Abbondanzieri	Germany	Scored	5_3	R	R	L
Quartas	2006	Esteban Cambiasso	Lehmann	Argentina	Missed	5_3	L	R	R
Quartas	2016	Loreno Insigne	Neuer	Italy	Scored	7_6	R	R	L
Quartas	2016	Toni Kross	Buffon	Germany	Scored	7_6	R	L	L
Quartas	2016	Simone Zara	Neuer	Italy	Missed	7_6	L	R	L
Quartas	2016	Thomas Muller	Buffon	Germany	Missed	7_6	R	R	R
Quartas	2016	Andrea Barzagli	Neuer	Italy	Scored	7_6	R	C	R
Quartas	2016	Mesut Ozil	Buffon	Germany	Missed	7_6	L	R	L
Quartas	2016	Graziano Pelle	Neuer	Italy	Missed	7_6	R	L	L
Quartas	2016	Julian Draxler	Buffon	Germany	Scored	7_6	R	R	L
Quartas	2016	Leonardo Bonucci	Neuer	Italy	Missed	7_6	R	L	L
Quartas	2016	Bastian Schweinsteiger	Buffon	Germany	Missed	7_6	R	L	L
Quartas	2016	Emanuele Giaccherini	Neuer	Italy	Scored	7_6	R	C	L
Quartas	2016	Mats Hummels	Buffon	Germany	Scored	7_6	R	R	R
Quartas	2016	Marco Parolo	Neuer	Italy	Scored	7_6	R	C	L
Quartas	2016	Joshua Kimmich	Buffon	Germany	Scored	7_6	R	L	L
Quartas	2016	Mattia De Sciglio	Neuer	Italy	Scored	7_6	R	L	R
Quartas	2016	Jerome Boateng	Buffon	Germany	Scored	7_6	R	L	L

Quartas	2016	Matteo Darmian	Neuer	Italy	Missed	7_6	R	R	R
Quartas	2016	Jonas Hector	Buffon	Germany	Scored	7_6	R	L	L
Play-Off	2013	Diego Forlan	Buffon	Uruguai	Missed	4_5	R	C	C
Play-Off	2013	Alberto Aquilani	Muslera	Italy	Scored	4_5	R	R	R
Play-Off	2013	Edson Cavani	Buffon	Uruguai	Scored	4_5	R	R	L
Play-Off	2013	Stephan El Shaarawy	Muslera	Italy	Missed	4_5	R	L	R
Play-Off	2013	Luis Suarez	Buffon	Uruguai	Scored	4_5	R	R	L
Play-Off	2013	Mattia De Sciglio	Muslera	Italy	Missed	4_5	R	L	L
Play-Off	2013	Martin Caceres	Buffon	Uruguai	Missed	4_5	R	R	R
Play-Off	2013	Emanuele Giaccherini	Muslera	Italy	Missed	4_5	R	R	L
Play-Off	2013	Walter Gargano	Buffon	Uruguai	Missed	4_5	R	L	L
Semi	2005	Luis Ernesto Perez	German Lux Oswaldo	Mexico	Scored	6_7	R	C	L
Semi	2005	Juan Román Riquelme	Sanchez	Argentina	Scored	6_7	R	L	R
Semi	2005	Pavel Pardo	German Lux Oswaldo	Mexico	Missed	6_7	R	L	L
Semi	2005	Maxi Rodriguez	Sanchez	Argentina	Scored	6_7	L	R	L
Semi	2005	Jared Borgetti	German Lux Oswaldo	Mexico	Scored	6_7	R	L	R
Semi	2005	Pablo Aimar	Sanchez	Argentina	Scored	6_7	R	L	R
Semi	2005	Carlos Salcido	German Lux Oswaldo	Mexico	Scored	6_7	R	R	L
Semi	2005	Luciano Galletti	Sanchez	Argentina	Scored	6_7	R	L	L
Semi	2005	Gonzalo Pineda	German Lux Oswaldo	Mexico	Scored	6_7	L	C	R
Semi	2005	Juan Pablo Soriano	Sanchez	Argentina	Scored	6_7	L	C	R
Semi	2005	Ricardo Osorio	German Lux Oswaldo	Mexico	Scored	6_7	R	L	L
Semi	2005	Esteban Cambiasso	Sanchez	Argentina	Scored	6_7	L	R	L
Quartas	2011	Lionel Messi	Muslera	Argentina	Scored	5_6	L	R	L
Quartas	2011	Diego Forlan	Romero	Uruguai	Scored	5_6	R	C	L
Quartas	2011	Nicolas Burdisso	Muslera	Argentina	Scored	5_6	R	R	R
Quartas	2011	Luis Suarez	Romero	Uruguai	Scored	5_6	R	L	L
Quartas	2011	Carlos Tevez	Muslera	Argentina	Missed	5_6	R	L	L
Quartas	2011	Andres Scotti	Romero	Uruguai	Scored	5_6	R	R	L
Quartas	2011	Javier Pastore	Muslera	Argentina	Scored	5_6	R	L	L
Quartas	2011	Walter Gargano	Romero	Uruguai	Scored	5_6	R	L	L
Quartas	2011	Gonzalo Higuain	Muslera	Argentina	Scored	5_6	R	L	L
Quartas	2011	Martin Caceres	Romero	Uruguai	Scored	5_6	R	R	R
Semi	2014	Ron Vlaar	Cillessen	Holanda	Missed	2_4	R	R	R
Semi	2014	Lionel Messi	Romero	Argentina	Scored	2_4	L	L	R
Semi	2014	Arjen Robben	Cillessen	Holanda	Scored	2_4	L	R	L
Semi	2014	Ezequiel Garay	Romero	Argentina	Scored	2_4	R	C	L

Semi	2014	Wesley Sneijder	Cillessen	Holanda	Missed	2_4	R	L	L
Semi	2014	Sergio Aguero	Romero	Argentina	Scored	2_4	R	L	L
Semi	2014	Dirk Kuyt	Cillessen	Holanda	Scored	2_4	R	R	L
Semi	2014	Maxi Rodriguez James	Romero	Argentina	Scored	2_4	R	L	L
Quartas	2015	Rodriguez	Romero	Colombia	Scored	5_4	L	L	R
Quartas	2015	Lionel Messi	Ospina	Argentina	Scored	5_4	L	L	R
Quartas	2015	Falcao Garcia	Romero	Colombia	Scored	5_4	R	L	L
Quartas	2015	Ezequiel Garay	Ospina	Argentina	Scored	5_4	R	L	L
Quartas	2015	Juan Cuadrado	Romero	Colombia	Scored	5_4	R	L	L
Quartas	2015	Ever Banega	Ospina	Argentina	Scored	5_4	R	R	R
Quartas	2015	Luis Muriel	Romero	Colombia	Missed	5_4	R	C	L
Quartas	2015	Ezequiel Lavezzi	Ospina	Argentina	Scored	5_4	R	L	L
Quartas	2015	Edwin Cardona	Romero	Colombia	Scored	5_4	R	R	R
Quartas	2015	Lucas Biglia	Ospina	Argentina	Missed	5_4	R	R	R
Quartas	2015	Camilo Zuniga	Romero	Colombia	Missed	5_4	R	L	L
Quartas	2015	Marcos Rojo	Ospina	Argentina	Missed	5_4	L	C	R
Quartas	2015	Jailson Murillo	Romero	Colombia	Missed	5_4	R	L	R
Quartas	2015	Carlos Tevez Matias	Ospina	Argentina	Scored	5_4	R	L	L
Final	2015	Fernandez	Romero	Chile	Scored	4_1	R	L	L
Final	2015	Lionel Messi	Bravo	Argentina	Scored	4_1	L	R	R
Final	2015	Arturo Vidal	Romero	Chile	Scored	4_1	R	L	L
Final	2015	Gonzalo Higuain	Bravo	Argentina	Missed	4_1	R	L	R
Final	2015	Charles Aranguiz	Romero	Chile	Scored	4_1	R	R	R
Final	2015	Ever Banega	Bravo	Argentina	Missed	4_1	R	R	R
Final	2015	Alexis Sanchez	Romero	Chile	Scored	4_1	R	C	R
Final	2016	Arturo Vidal	Romero	Chile	Missed	2_4	R	R	R
Final	2016	Lionel Messi	Bravo	Argentina	Missed	2_4	L	R	L
Final	2016	Nicolas Castillo Javier	Romero	Chile	Scored	2_4	R	L	R
Final	2016	Mascherano	Bravo	Argentina	Scored	2_4	R	L	R
Final	2016	Charles Aranguiz	Romero	Chile	Scored	2_4	R	R	C
Final	2016	Sergio Aguero	Bravo	Argentina	Scored	2_4	R	R	R
Final	2016	Jean Beausejour	Romero	Chile	Scored	2_4	L	L	R
Final	2016	Lucas Biglia	Bravo	Argentina	Missed	2_4	R	L	L
Final	2016	Francisco Silva	Romero	Chile	Scored	2_4	R	L	R
Quartas	2014	Celso Borges Robin Van	Cillessen	Costa Rica	Scored	4_3	R	R	R
Quartas	2014	Persie	Navas	Holanda	Scored	4_3	L	R	L
Quartas	2014	Bryan Ruiz	Cillessen	Costa Rica	Missed	4_3	L	R	R
Quartas	2014	Arjen Robben Giancarlo	Navas	Holanda	Scored	4_3	L	L	R
Quartas	2014	Gonzalez	Cillessen	Costa Rica	Scored	4_3	R	R	R

Quartas	2014	Wesley Sneijder	Navas	Holanda	Scored	4_3	R	L	R
Quartas	2014	Christian Bolas	Cillessen	Costa Rica	Scored	4_3	R	L	L
Quartas	2014	Dirk Kuyt	Navas	Holanda	Scored	4_3	R	R	R
Quartas	2014	Michael Umana	Cillessen	Costa Rica	Missed	4_3	R	R	R
Quartas	2004	David Beckham	Ricardo	England	Missed	8_7	R	R	L
Quartas	2004	Deco	Cillessen	Portugal	Scored	8_7	R	R	L
Quartas	2004	Michael Owen	Ricardo	England	Scored	8_7	R	L	R
Quartas	2004	Simao	Cillessen	Portugal	Scored	8_7	R	L	R
Quartas	2004	Frank Lampard	Ricardo	England	Scored	8_7	R	L	R
Quartas	2004	Rui Costa	James	Portugal	Missed	8_7	R	L	R
Quartas	2004	John Terry	Ricardo	England	Scored	8_7	R	C	L
Quartas	2004	Cristiano Ronaldo	James	Portugal	Scored	8_7	R	L	L
Quartas	2004	Owen Hargreaves	Ricardo	England	Scored	8_7	R	R	C
Quartas	2004	Maniche	James	Portugal	Scored	8_7	R	C	L
Quartas	2004	Ashley Cole	Ricardo	England	Scored	8_7	R	R	R
Quartas	2004	Helder Postiga	James	Portugal	Scored	8_7	R	C	L
Quartas	2004	Darius Vassell	Ricardo	England	Missed	8_7	L	R	L
Quartas	2004	Ricardo	James	Portugal	Scored	8_7	R	L	L
Quartas	2006	Simao	Robinson	Portugal	Scored	1_3	R	L	L
Quartas	2006	Frank Lampard	Ricardo	England	Missed	1_3	R	R	R
Quartas	2006	Hugo Viana	Robinson	Portugal	Missed	1_3	L	L	R
Quartas	2006	Owen Hargreaves	Ricardo	England	Scored	1_3	R	L	R
Quartas	2006	Petit	Robinson	Portugal	Missed	1_3	R	L	L
Quartas	2006	Steven Gerrard	Ricardo	England	Missed	1_3	R	C	R
Quartas	2006	Helder Postiga	Robinson	Portugal	Scored	1_3	R	L	C
Quartas	2006	Jamie Carragher	Ricardo	England	Missed	1_3	R	L	L
Quartas	2006	Cristiano Ronaldo	Robinson	Portugal	Scored	1_3	R	R	L
Quartas	2016	Cristiano Ronaldo	Fabianski	Portugal	Scored	4_6	R	L	R
Quartas	2016	Robert Lewandowski	Patricio	Poland	Scored	4_6	R	R	L
Quartas	2016	Renato Sanches	Fabianski	Portugal	Scored	4_6	R	L	R
Quartas	2016	Arkadiusz Milik	Patricio	Poland	Scored	4_6	L	L	R
Quartas	2016	Joao Moutinho	Fabianski	Portugal	Scored	4_6	R	L	R
Quartas	2016	Kamil Glik	Patricio	Poland	Scored	4_6	R	L	R
Quartas	2016	Nani	Fabianski	Portugal	Scored	4_6	R	R	L
Quartas	2016	Jakub Blaszczykowski	Patricio	Poland	Missed	4_6	R	R	R
Quartas	2016	Ricardo Quaresma	Fabianski	Portugal	Scored	4_6	R	L	L
Semi	2017	Arturo Vidal	Patricio	Chile	Scored	0_3	R	L	R

Semi	2017	Ricardo Quaresma	Bravo	Portugal	Missed	0_3	R	L	L
Semi	2017	Charles Aranguiz	Patricio	Chile	Scored	0_3	R	L	R
Semi	2017	Joao Moutinho	Bravo	Portugal	Missed	0_3	R	L	L
Semi	2017	Alexis Sanchez	Patricio	Chile	Scored	0_3	R	L	R
Semi	2017	Nani	Bravo	Portugal	Missed	0_3	R	R	R
Quartas	2008	Luka Modric	Recber	Croatia	Missed	2_4	R	R	R
Quartas	2008	Arda Turan	Pletikosa	Turkey	Scored	2_4	R	L	L
Quartas	2008	Dario Srna	Recber	Croatia	Scored	2_4	R	R	L
Quartas	2008	Semith Senturk	Pletikosa	Turkey	Scored	2_4	R	L	R
Quartas	2008	Ivan Rakitic	Recber	Croatia	Missed	2_4	R	L	L
Quartas	2008	Hamit Alintop	Pletikosa	Turkey	Scored	2_4	R	R	L
Quartas	2008	Mladen Petric	Recber	Croatia	Missed	2_4	L	R	R
Oitavas	2018	Christian Eriksen	Subasic	Denmark	Missed	4_3	R	L	L
Oitavas	2018	Milan Badel	Schmeichel	Croatia	Missed	4_3	R	L	L
Oitavas	2018	Simon Kjaer	Subasic	Denmark	Scored	4_3	R	R	C
Oitavas	2018	Andrej Kramaric	Schmeichel	Croatia	Scored	4_3	R	L	R
Oitavas	2018	Michael Krohn-Dehli	Subasic	Denmark	Scored	4_3	R	L	R
Oitavas	2018	Luka Modric	Schmeichel	Croatia	Scored	4_3	R	C	R
Oitavas	2018	Lasse Schone	Subasic	Denmark	Missed	4_3	R	L	L
Oitavas	2018	Josip Pivacic	Schmeichel	Croatia	Missed	4_3	L	L	L
Oitavas	2018	Nicolai Jorgensen	Subasic	Denmark	Missed	4_3	R	C	C
Oitavas	2018	Ivan Rakitic	Schmeichel	Croatia	Scored	4_3	R	L	R
Quartas	2018	Fedor Smolov	Subasic	Russia	Missed	5_6	R	L	L
Quartas	2018	Marcelo Brozovic	Akinfeev	Croatia	Scored	5_6	R	R	R
Quartas	2018	Alan Dzagoev	Subasic	Russia	Scored	5_6	R	R	L
Quartas	2018	Mateo Kovacic	Akinfeev	Croatia	Missed	5_6	R	R	R
Quartas	2018	Mario Fernandes	Subasic	Russia	Missed	5_6	R	L	C
Quartas	2018	Luka Modric	Akinfeev	Croatia	Scored	5_6	R	L	L
Quartas	2018	Sergey Ignashevich	Subasic	Russia	Scored	5_6	R	L	R
Quartas	2018	Domagoj Vida	Akinfeev	Croatia	Scored	5_6	R	L	R
Quartas	2018	Daler Kuzyaev	Subasic	Russia	Scored	5_6	R	L	R
Quartas	2018	Ivan Rakitic	Akinfeev	Croatia	Scored	5_6	R	L	R
Quartas	2010	Diego Forlan	Richard Ki	Uruguai	Scored	5_3	R	R	L
Quartas	2010	Asamoah Gyan	Muslera	Ghana	Scored	5_3	R	R	R
Quartas	2010	Mauricio Victorino	Richard Ki	Uruguai	Scored	5_3	R	L	L
Quartas	2010	Stephen Appiah	Muslera	Ghana	Scored	5_3	R	L	L
Quartas	2010	Andres Scotti	Richard Ki	Uruguai	Scored	5_3	R	R	L
Quartas	2010	John Mensah	Muslera	Ghana	Missed	5_3	R	R	R
Quartas	2010	Maxi Pereira	Richard Ki	Uruguai	Missed	5_3	R	C	L

Quartas	2010	Dominic Adiyiah	Muslera	Ghana	Missed	5_3	R	R	R
Quartas	2010	Sebastián Abreu	Richard Ki	Uruguai	Scored	5_3	L	C	L
Quartas	2019	Luis Suarez	Gallese	Uruguai	Missed	4_5	R	L	L
Quartas	2019	Paolo Guerrero	Muslera	Peru	Scored	4_5	R	L	L
Quartas	2019	Edinson Cavani	Gallese	Uruguai	Scored	4_5	R	R	L
Quartas	2019	Raul Ruidiaz	Muslera	Peru	Scored	4_5	R	L	L
Quartas	2019	Cristhian Stuani	Gallese	Uruguai	Scored	4_5	R	R	L
Quartas	2019	Yoshimar Yotun	Muslera	Peru	Scored	4_5	L	R	R
Quartas	2019	Rodrigo Bentancur	Gallese	Uruguai	Scored	4_5	R	R	L
Quartas	2019	Luis Advíncula	Muslera	Peru	Scored	4_5	R	L	L
Quartas	2019	Lucas Torreira	Gallese	Uruguai	Scored	4_5	R	R	C
Quartas	2019	Edison Flores	Muslera	Peru	Scored	4_5	L	C	R